This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

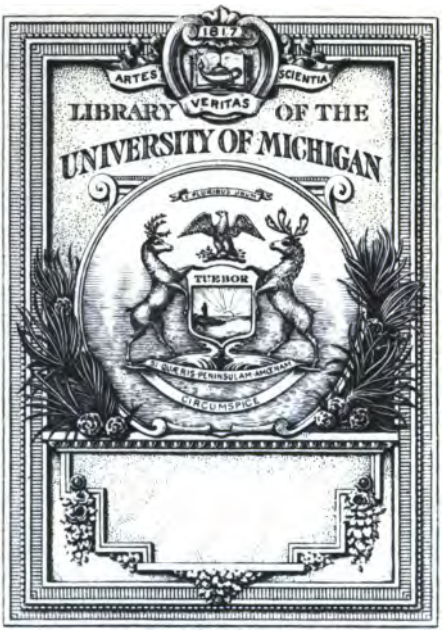
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.


1817
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SIRCUMSPICE

QA
35
.A32
v.1

Einleitung

zur

Kochen-Kunſt

zum Gebrauch

des

GYMNASII

bey der

Kayſerlichen Academie der Wiſſenſchafften

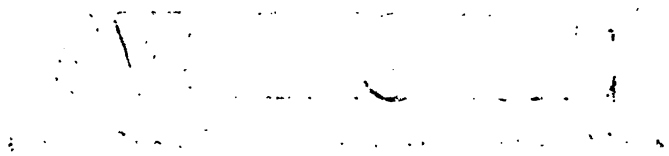
in

St. Petersburg.

Gedruckt in der Academiſchen Buchdruckerey
1738.

QA
35
A3D
v.1

Erster Theil
von den
SPECIEBVS
mit gantzen und gebrochenen
Zahlen.



Hist. of Ed.
Gabler
9-25-30
22346

Vorbericht,

DJe Anzahl der Rechen-Bücher, welche so wohl in Teutschland als anderwerts herausgegeben worden, ist so groß und überhäufft, daß manchem diese Arbeit höchst unnöthig und überflüßig scheinen möchte. Allein da auf Allergnädigsten Kayserlichen Befehl die Rußische Jugend so wohl in der Arithmetic als Geometrie auf das fleissigste unterrichtet werden soll, so ereignuen sich sehr grosse Schwierigkeiten, wann man sich zu diesem Ende anderwerts gedruckter Anleitungen bedienen wolte. Dann ausdem, daß dazu auch in Rußischer Spra-

hinlängliche und taugliche Bücher erfordert werden, so würde auch die Verschreibung einer so grossen Anzahl Exemplarien, als vonnöthen sind, von anderen Orten her mit nicht geringer Unbequemlichkeit, und wenigem Vortheil geschehen können: ein anderwerts verfertigtes und gedrucktes Werck aber nachzudrucken und ins Rußische zu übersetzen hat man vieler Ursachen wegen Bedencken getragen. Über das befinden sich bey den meisten ausländischen Rechen-Bücheren solche Mängel, welchen man allhier abzuhelffen für höchst rathsam hielt. Dann entweder sind darinn nichts als die blossen Regeln nebst einer grossen Anzahl Exempel enthalten; von dem Grunde aber und den Ursachen, worauf die Regeln beruhen, wird nicht die geringste Meldung gethan: oder dergleichen Anweisungen gehen zwar auf das wahre Fundament der Rechen-Kunst, der Vortrag aber ist so beschaffen, daß sich nicht leicht andere, als welche sich an die Mathematische Lehrart gewöhnet haben, darein finden können; und über das pflegt

man

man ſich bey ſolchen Abhandlungen nicht genugſam um die Vortheile und Compendia, wodurch die Fertigkeit und Geſchwindigkeit im Rechnen erlanget wird, zu bekümmern, ſondern begnügt ſich von allem den Grund nur mit kurtzem anzuweiſen. Da nun die Erlernung der Rechen-Kunſt ohne einigen Grund weder hinreichend iſt alle vorkommende Fälle aufzulöſen, noch den Verſtand ſchärfet, als dahin die Abſicht inſonderheit gehen ſolte; ſo hat man ſich bemühet in gegenwärtiger Anleitung von allen Regeln und Operationen den Grund ſo vorzutragen, und zu erklären, daß denſelben auch ſolche Leute, welchen in gründlichen Abhandlungen noch nicht geübet ſind, einſehen und verſtehen können: dabey aber hat man gleichwohl die Regeln und Vortheile, welche im Rechnen zuſtatten kommen können, ausführlich beſchrieben und mit Exempeln genugſam erläutert. Durch dieſe Einrichtung verhofft man alſo dieſen Vortheil zu erlangen, daß die Jugend auſſer der gehörigen Fertigkeit im Rechnen den wah-

ren Grund von einer jeglichen Operation immer die Augen habe, und dadurch zu gründlichem Nachdencken nach und nach angewohnet werde. Dann wann man auf diese Art nicht nur die Regeln begreifft, sondern auch den Grund und Ursprung derſelben deutlich einſieht, ſo wird man einiger maſſen in Stand geſetzet ſelbſten neue Regeln zu erfinden, und vermittelſt derſelben ſolche Aufgaben aufzulöſen, zu welchen die ſonſt gewöhnlichen Regeln nicht hinreichend ſind. Man hat auch im geringſten nicht zu befürchten, daß die Erlernung der Arithmetic auf dieſe Art ſchwehrer fallen und mehr Zeit erfordern werde, als wann man nur die bloſſen Regeln ohne einigen Grund vorträgt: Dann ein jeder Menſch begreifft und behält dasjenige im Gedächtnüß viel leichter, wovon er den Grund und Urſprung deutlich einſieht; und weiß ſich auch daſſelbe bey allen vorkommenden Fällen weit beſſer zu Nutz zu machen. Uber das wer eine jegliche Kunſt und Wiſſenſchafft aus dem Grunde erlernet, der ſieht auch ohne Anlei-

tung

tung von selbsten viele Sachen ein, welche in Ermanglung des Grunds demselben mit grosser Mühe beygebracht werden müssen. Insonderheit aber ist eine solche gründliche Anleitung zur Arithmetic zur Unterrichtung der Jugend um so vielnützlicher und nöthiger, da dieselbe eine ziemlich lange Zeit in Sprachen und anderen Stücken, bey welchen eine gründliche Erkäntnüß nicht einmahl statt findet, unterwiesen, dabey aber im geringsten nicht angeführet wird, einer Sache gründlich nachzusinnen; woraus nachgehends bey allen Unternehmungen nicht geringe Hinternüsse entstehen. Diesem Fehler kan nicht wohlfüglicher abgeholffen werden, als daß man der Jugend die Arithmetic, welche ohne das in diesen Jahren erlernet werden muß, auf das gründlichste vortrage, und dadurch die Gewohnheit richtig zu dencken beybringe. Zu diesem Endzweck ist auch kein Studium bequemer als die Mathematic, dann darinn wird alles aus den ersten Grundsätzen unserer Erkäntnüß auf das deutlichste hergeleitet und auf das

gründlichſte bewieſen, dahingegen in den andern Wiſſenſchafften ſich noch ſehr viel undeutliches und unrichtiges befindet, auch ſo gar öffters falſche Sachen für Wahrheiten ausgegeben werden. Um dieſer Urſachen willen hat man in gegenwärtiger Abhandlung die Arithmetiſchen Regeln und Operationen aus der Natur der Zahlen ſelbſt und der Beſchaffenheit der gebräuchlichen Characteren ſo hergeleitet, daß einjeder auch ohne beſondere Anführung ſo wohl die Operationen begreiffen und darinn eine Fertigkeit erlangen, als auch den Grund davon verſtehen kan. Man hat zu dieſem Ende die gantze Anleitung in Sätze verfaßt, in welchen entweder die Regeln ſelbſt, oder was zum Begriff derſelben dienet, kurtz und deutlich vorgetragen wird: Dieſen Sätzen ſind ferner ausführliche Erklärungen beygefüget, worinn dasjenige, was in einem jeglichen Satze enthalten iſt, genugſam erläutert und der Grund davon angezeiget wird: und endlich hat man einer jeden Operation einige Exempel angehängt, aus welchen der

Nutzen und Gebrauch derſelben erſehen werden kan.

Was die Ordnung und Einrichtung des gantzen Wercks ſelbſt betrifft, ſo hat man für das erſte aus der Arithmetic nur dasjenige abgehandelt, was gemeiniglich von den Rechen-Meiſtern gelehret zu werden pflegt, und in dem gemeinen Leben unentbehrlich iſt; Hierauf folget ſo dann derjenige Theil der Arithmetic, welcher zu der Geometrie und den übrigen Theilen der Mathematic erfordert wird, und die Decimal-Rechnung nebſt der Extractione Radicum in ſich begreifft, und endlich auch die Lehre von den Logarithmis und derſelben Gebrauch erkläret. Die gemeine Arithmetic aber wird am füglichſten in zwey Theile zertheilet; davon der erſtere die ſo genannten Species mit gantzen und gebrochenen Zahlen erſtlich an und für ſich ſelbſt, und dann die Application derſelben auf verſchiedene Sorten als von Müntzen, Maaß, Gewicht

Gewicht und dergleichen in sich fast. In dem zweyten Theile werden die verschiedenen Regeln der Arithmetic erkläret werden, so zu Auflösung verschiedener im gemeinen Leben vorkommenden Aufgaben dienen, als da sind die Regula de tri so wohl Directa als Inversa, die Regula Quinque, die Regulæ Societatis, Alligationis, und dergleichen. Endlich wird der dritte Theil, wie schon gemeldet, diejenigen Operationen der Arithmetic in sich enthalten, welche zu den Geometrischen und übrigen Mathematischen Rechnungen insonderheit erfordert werden.

) o (

Cap. I.

Von der Arithmetic oder Rechenkunst überhaupt.

1

Die Arithmetic oder Rechenkunst ist eine Wissenschaft, welche uns die Natur und die Eigenschaften der Zahlen lehret, und zugleich einige Regeln an die Hand giebt, vermittelst welcher man die meisten in dem gemeinen Leben vorkommenden Aufgaben ausrechnen oder auflösen kan.

Die Arithmetic oder Rechenkunst, welche allhier soll abgehandelt werden, ist ein Theil der Mathematic; weswegen zu grösserer Erläuterung dienen wird, mit wenigem zu berühren, worinn diese Wissenschaft bestehet. Die Mathematic ist demnach eine Wissenschaft, welche lehret, wie man aus bekannten Grössen andere, so

noch nicht bekannt sind, finden soll. Dasjenige nun, davon in der Mathematic gehandelt wird, ist alles dasjenige, davon die Grösse entweder bekannt ist oder gesuchet wird. Wenn man auch alle Theile der Mathematic betrachtet, so wird man befinden, daß die Sache immer dahin gehe, wie eine unbekannte Grösse aus anderen schon bekannten Grössen soll gefunden werden. Die verschiedenen Theile der Mathematic aber entstehen von den verschiedenen Gattungen der Grössen, in dem einjeder nur eine besondere Art derselben betrachtet. Eine besondere Art der Grösse sind nun die Zahlen und die Arithmetic derjenige Theil der Mathematic, welcher mit den Zahlen umgeht. Man kan demnach auch sagen, daß die Arithmetic eine Wissenschaft sey, welche lehret, wie man aus bekannten oder gegebenen Zahlen eine noch unbekannte Zahl finden soll; wie wir dann sehen, daß in allen Arithmetischen Operationen allezeit eine Zahl gefunden wird, die vorher unbekannt gewesen. Wie aber die Arithmetic insgemein pflegt tractirt zu werden, so begreifft dieselbe noch mehr Operationen und Regeln in sich, als bloß aus der Natur und Beschaffenheit der Zahlen können hergeleitet werden. Man pflegt nehmlich mit der eigentlichen Arithmetic noch einige Regeln, welche in der allgemeinen Analysi oder Algebra ihren Grund haben, zu vereinigen, damit ein Mensch, welcher dieselbe erlernet, auch im Stande sey, die meisten

Auf-

Aufgaben, so in dem gemeinen Leben vorzufallen pflegen, aufzulösen, ohne in der Algebra geübet zu seyn. Ob demnach gleich diese Regeln zu der Wissenschaft der Zahlen nicht gehören, so ist um angeführter Ursache willen dennoch nöthig dieselben damit vereinigt zu behalten. Und deswegen haben wir im Anfang vorausgesetzet, daß die Arithmetic ausser der Betrachtung der Zahlen, einige Regeln an die Hand gebe, wodurch die meisten in dem gewöhnlichen Handel und Wandel vorfallenden Rechnungen können bewerckstelliget werden.

2) **Die Arithmetic wird also am füglichsten in zwey Theile getheilet, davon der erste alles dasjenige in sich begreifft was bloß allein in der Natur der Zahlen gegründet ist. Der andere Theil aber enthält diejenigen Regeln, welche bey den meisten Fällen, so in dem gemeinen Leben vorkommen, mit Nutzen angebracht werden können.**

Der erste Theil ist wie schon gemeldt die Arithmetic an und für sich selbst, als dessen Grund allein aus der Natur und Eigenschaften der Zahlen fliesset. Und dahin gehören die so genannten Species theils mit gantzen, theils mit gebrochenen Zahlen, indem dieselben gantz und gar auf der Natur der Zahlen beruhen. Ob aber gleich diese Species oder Operationen in allen Rechnungen Platz finden, und auch die schwehresten Rechnungen durch diese Operationen gantz

allein ausgeführet werden; so sind dieselben dennoch nur als der Werckzeug anzusehen, dadurch dergleichen Rechnungen bewerckstelliget werden. Hingegen ist in solchen Fällen das führnehmste, daß man wisse, welcher Operationen man sich bey einer jeglichen Gelegenheit bedienen müsse, damit das Verlangte gefunden werde. Es ist nehmlich nicht genug die gedachten Arithmetischen Operationen zu verstehen, sondern man muß für einen jeglichen Fall eine Regel wissen, welche lehret was für Operationen gebraucht werden müssen, um dasjenige, was zu wissen verlangt wird, zu finden. Diese Regeln haben nun ihren Grund nicht in der Arithmetic; sondern sind aus der allgemeinen Analysi oder Algebra gelehnet; Als wofür eine jede Art von Aufgaben aus den Umständen sonderbare Regeln hergeleitet werden, durch welcher Hülfe man zu richtiger Auflösung gelangen kan. Es werden demnach aus der Algebra so viel und solche Regeln in die Rechenkunst angenommen, als zu den gewöhnlichen Vorfällen auszurechnen nöthig sind. Solchergestalt sind in die Arithmetic aufgenommen worden, die Regula Detri, Regula Quinque, Regula Aligationis, Regula Falsi etc. als ohne welche ein Rechenmeister, welcher in der Algebra nicht geübet ist, schwehrlich fortkommen kan.

3) **Wenn viel Stücke von einer Art vorhanden sind, so wird diese Vielheit durch eine Zahl angedeutet. Und deswegen verstehet**

stehet man durch eine Zahl, von wieviel Stücken die Rede ist.

Da in dem ersten Theile der Rechenkunst die Natur der Zahlen soll untersuchet, und daraus diejenigen Operationen hergeleitet werden, welche zu Vollziehung der im zweyten Theile vorkommenden Regeln nöthig sind; so muß man sich vor allen Dingen einen deutlichen Begriff von den Zahlen zu wege bringen. Dieses geschieht nun am füglichsten durch Betrachtung desjenigen welches eins genennet wird; indem eine Zahl andeutet, wieviel Stücke von derselben Sorte vorhanden seyen. Als wenn man zum Exempel von hundert Rubeln sprechen höret, so verstehet man, daß von demjenigen Ding, welches Rubel genennet wird, hundert Stücke benennet werden; oder die Zahl hundert zeiget an, von wieviel Stücken, deren einjedes ein Rubel ist, die Rede sey. Was aber die Grösse der Zahlen betrifft, so wird hier vorausgesetzet, daß derjenige, welcher die Arithmetic zu lernen gesinnet ist, von der Grösse einer jeden Zahl einen Begriff habe, und die Worte wisse, damit die Zahlen benennet werden. Hiezu ist aber hinlänglich nur immer die Zahl benennen zu können, welche herauskommt, wenn zu einer gegebenen Zahl noch eins hinzugesetzet wird. Dann auf diese Art wird ein Mensch mit Zehlen so weit fortfahren können, als man verlangt; und wird dabey von der Menge der Stücken, welche eine jede Zahl andeutet, einen deutlichen Begriff erhalten.

4)

4) **Alle Zahlen, wie groß sie auch sind, pflegen auf eine sehr kurtze und bequeme Art durch nachfolgende zehen** Characteres **oder Zeichen ausgedrucket zu werden:** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. **Davon die Bedeutung eines jeden, wenn derselbe für sich allein betrachtet wird, genugsam bekannt ist, und allso keiner weiteren Erklärung bedarf.**

Zu den Arithmetischen Operationen ist nicht genug eine jede Zahl mit ihrem gehörigen Nahmen entweder zu nennen oder zu schreiben; sondern es wird zu Erleichterung derselben Operationen erfordert, daß die Zahlen durch besondere und bequeme Zeichen oder Characteres angedeutet werden. Dieses kan nun auf vielerley Arten geschehen, davon die leichteste und einfältigste ist, wenn so viel Puncten oder Striche hintereinander gesetzet werden, als die Zahl bedeutet: als wenn zum Exempel acht auf diese Art geschrieben wird IIIIIIII. Diese Art aber ist, wenn die Zahlen sehr groß sind, einer grossen Weitläuffigkeit und Undeutlichkeit unterworffen; indem erstlich lange Zeit und ein grosser Raum eine grosse Zahl zu schreiben erfordert, und hernach auch, wenn eine solche Zahl geschrieben, sehr schwehr fallen würde, die Zahl zu erkennen. Nach der Römischen Schreibart wird zwar diese Weitläuffigkeit und Undeutlichkeit etwas verringert, indem anstatt fünf Strichen dieses Zeichen V. anstatt zehen dieses Zeichen X. und so fort

geschrieben wird; allein da diese Art gleichwohl für grosse Zahlen noch ziemlich weitläuffig und undeutlich, dabey auch nicht durch feste Regeln genugsam eingeschräncket ist, so ist dieselbe nicht bequem die Arithmetischen Operationen darnach einzurichten. Noch mehr Schwierigkeiten sind diejenigen Arten die Zahlen zu schreiben unterworfen, in welchen die Buchstaben des Alphabets zu Bedeutung der Zahlen gebraucht werden; gleichwie vormahls bey den meisten Völckern geschehen. Vor diesen Arten hat nun die anjetzo fast allenthalben gebräuchliche Art die Zahlen durch Hülffe der zehen angeführten Zeichen zu schreiben, einen sehr grossen Vorzug, wie mit mehrerem aus folgendem zu ersehen.

5) **Bey dieser Schreibart der Zahlen behalten die obigen zehen Zeichen nicht allzeit einerley Bedeutung: sondern um den wahren Werth eines jeden** Characters **zu finden, muß man auf die Stelle desselben Acht geben. Als auf der ersten Stelle von der Rechten gegen der Lincken behält der** Character **seine natürliche Bedeutung, als wenn er vor sich allein gesetzet wäre. Auf der zweyten Stelle bedeutet ein** Character **zehenmahl mehr als wenn er allein stünde. Auf der dritten Stelle bedeutet ein** Character **hundertmahl mehr: auf der vierten, tausendmahl mehr und so fort immer zehenmahl mehr auf der folgenden Stelle, als auf der vorhergehenden.**

Hiebey iſt nun zu mercken, daß das Zeichen o auf allen Stellen nichts bedeutet, weilen zehenmahl nichts und hundertmahl nichts und ſo fort allzeit nichts ausmacht. Wie aber die Vermehrung der Bedeutung der übrigen Zeichen nach den Stellen beſchaffen ſey, ſo iſt zu mercken daß der Werth eines jeglichen Characters zehenmahl gröſſer ſey, als auf der vorhergehenden Stelle nach der rechten Hand. Und deswegen hat man ſich nachfolgende Tabell nöthig wohl bekannt zu machen.

Zehenmahl eins macht zehen
Zehenmahl zehen " " hundert
Zehenmahl hundert " " tauſend
Zehenmahl tauſend " " zehen tauſend
Zehenmahl zehen tauſend " " hundert tauſend
Zehenmahl hundert tauſend " " tauſendmahl tauſend oder eine Million
Tauſendmahl tauſend Millionen macht eine Billion
Tauſendmahl tauſend Billionen " " eine Trillion

und ſo weiter.

Aus dieſer Tabell bekommt man alſo einen Begriff von den Zahlen zehen, hundert, tauſend und ſo fort; indem man daraus ſieht wieviel Stücke eine jede Zahl vorſtellt. Hieraus kan man aber ferner abnehmen, wieviel einjeder Character von den obgedachten zehen in einer jeden Stelle bedeute. Nehmlich in der erſten Stelle von der

der rechten gegen der lincken Hand bedeutet wie folget:

	0 = nichts	5 = fünf
	1 = eins	6 = sechs
I.	2 = zwey	7 = sieben
	3 = drey	8 = acht
	4 = vier	9 = neun

Auf der zweyten Stelle aber bedeutet.

	0 = nichts	5 = fünfzig
	1 = zehen	6 = sechzig
II.	2 = zwanzig	7 = siebenzig
	3 = dreyßig	8 = achtzig
	4 = vierzig	9 = neunzig

Auf der dritten Stelle bedeutet.

	0 = nichts	5 = fünf hundert
	1 = hundert	6 = sechs hundert
III.	2 = zwey hundert	7 = sieben hundert
	3 = drey hundert	8 = acht hundert
	4 = vier hundert	9 = neun hundert

Auf der vierten Stelle bedeutet.

	0 = nichts	5 = fünf tausend
	1 = tausend	6 = sechs tausend
IV.	2 = zwey tausend	7 = sieben tausend
	3 = drey tausend	8 = acht tausend
	4 = vier tausend	9 = neun tausend

Auf der fünften Stelle bedeutet.

	0 = nichts	5 = fünfzig tausend
	1 = zehen tausend	6 = sechzig tausend
V.	2 = zwanzig tausend	7 = siebenzig tausend
	3 = dreyßig tausend	8 = achtzig tausend
	4 = vierzig tausend	9 = neunzig tausend

Auf der sechsten Stelle bedeutet.

	0 = nichts	5 = fünf hundert tausend	
	1 = hundert tausend	6 = sechs hundert tausend	
VI	2 = zwey hundert tausend	7 = sieben hundert tausend	
	3 = drey hundert tausend	8 = acht hundert tausend	
	4 = vier hundertt ausnd	9 = neun hundert tausend	

Auf der siebenten Stelle bedeutet.

	0 = nichts	5 = fünf Millionen	
	1 = eine Million	6 = sechs Millionen	
VII	2 = zwey Millionen	7 = sieben Millionen	
	3 = drey Millionen	8 = acht Millionen	
	4 = vier Millionen	9 = neun Millionen	

Hieraus erhellt, daß die Bedeutung der Characteren auf der siebenten Stelle ähnlich sey der Bedeutung auf der ersten Stelle, indem bey der Siebenten nur das Wort Millionen zugesetzet wird. Gleichergestalt wird man die Bedeutung auf der achten Stelle haben, wenn man bey der zweyten Stelle das Wort Millionen hinzusetzet; und auf eben diese Art entspringt die neunte Stelle aus der dritten, die zehnte aus der vierten, nnd so weiter bis auf die dreyzehnte und folgenden, welche wieder aus der ersten und folgenden durch Beysetzung des Worts Billionen formirt werden. Endlich bedeuten die Characteres auf der neunzehnten Stelle Trillionen, die auf der fünf und zwanzigsten Quadrillionen und so fort; woraus zugleich die Benennung der mittleren Stellen erhellet. Solchergestalt bedeutet in die-

dieſen Zahl 7 3 0 2 5 6 8 der Character
8 auf der erſten Stelle = acht
6 auf der zweyten Stelle = ſechzig
5 auf der dritten Stelle = fünf hundert
2 auf der vierten Stelle = zwey tauſend
0 auf der fünften Stelle = nichts
3 auf der ſechſten Stelle = drey hundert tauſend
7 auf der ſiebenten Stelle = ſieben Millionen.

Woraus alſo der Werth oder die Bedeutung eines jeglichen Characters in einer auf dieſer Art geſchriebenen Zahl erkannt wird.

6) **Die Gröſſe einer Zahl, welche durch viel hintereinander geſetzte Characteres ausgedrucket wird, findet man, wenn man die Bedeutungen aller Characters zuſammen ſetzet. Wobey die Gewohnheit mit ſich bringt, in Benennung derſelben von der Lincken zu der Rechten fortzugehen.**

Gleichwie dieſe Schreibart der Zahlen willkührlich iſt, alſo beruhet auch die Ordnung, nach welcher die Zahlen ausgeſprochen werden, auf der Gewohnheit. Wir gehen aber in Benennung der Characters deswegen hauptſächlich von der Lincken zu der Rechten, dieweilen auf dieſe Art faſt eben der Nahme, welchen eine jegliche Zahl in unſerer Sprache führet, herauskommt. Dieſemnach wurde die obige Zahl 7302568 ſo viel ausmachen wie folgt: Sieben Millionen, drey hundert tauſend und zwey tauſend und fünf hundert und ſechzig und acht. Nach der Eigenſchaft

unſerer Sprache aber wird dieſe Zahl alſo ausgeſprochen: Sieben Millionen, drey hundert und zwey tauſend, fünf hundert und acht und ſechzig; welche Art von der vorigen nur darinn unterſchieden iſt, daß da oben tauſend zweymahl nach einander vorkommt, hier nur das letztere Mahl geſetzet wird, indem es auf dieſe Art geſetzet auch zugleich zu dem vorhergehenden gehöret. Uber das ſagt man anſtatt ſechzig und acht, acht und ſechzig: Aus welchem allen erhellet, daß dieſe Art die Zahlen zu ſchreiben mit der gewöhnlichen Art die Zahlen mit Worten auszuſprechen ſehr genau übereinkomme, indem uns eine jegliche Zahl bey nahe die gewöhnlichen Worte, und dgs in eben der Ordnung in den Mund legt: Welche Gemeinſchaft faſt in allen Sprachen, in einer aber mehr als in der anderen beobachtet wird.

7) **Um eine jegliche auf dieſe Art beſchriebene Zahl, aus wieviel** Characteren **dieſelbe auch immer beſtehet, mit den gehörigen Worten auszuſprechen, hat man nur nöthig zu wiſſen, wie diejenigen Zahlen, welche nur aus dreyen** Characteren **beſtehen, ausgeſprochen werden; dieſes geſchieht nun indem man den erſten** Character **gegen die lincke Hand mit ſeinem natürlichen Nahmen nennet und dazu das Wort hundert ſetzet; hierauf nennet man in der Teutſchen Sprache den erſten** Character **gegen der Rechten, und ſetzet dazu den**

den Nahmen des Mittleren, welchen er in der zweyten Stelle, wie oben gesetzet, enthält.

Wenn die Zahl nur aus zweyen Characteren bestehet, oder der erste gegen der lincken Hand o ist, so werden nur die zwey letzteren ausgesprochen; dann dieser Character o, welcher nichts bedeutet, wird niemahls ausgesprochen. In der Teutschen Sprache ist nur einige Schwierigkeit, eine Zahl, so aus zweyen Characteren bestehet auszusprechen, indem die letztere gegen der rechten Hand zu erst genennet wird. Ist aber dieser Character ein o so wird nur der erste gegen der lincken Hand mit dem Nahmen, welchen er in der zweyten Stelle hat benennet. Also ist 10 zehen: 20 zwantzig; 30 dreyßig und so fort. Weiter ist 11 eilf oder eins und zehen; 12 zwölf oder zwey und zehen; 13 dreyzehen; 14 vierzehen und so fort bis auf zwantzig. Von zwantzig aber bis auf hundert geht die Benennung nach der gegebenen Regel, nehmlich 27 heisset sieben und zwantzig; 56 heisset sechs und fünfzig; 89 heisset neun und achtzig und so fort. Hat man nun die Aussprechung zweyer Character begriffen, so ist sehr leicht alle Zahlen, welche mit drey Characteren geschrieben werden, auszusprechen, indem nur erstlich der erste von der Lincken nebst Zusetzung des Worts hundert genennet, und die zwey folgenden wie gelehret, mit den Worten hinzugesetzet werden. Also ist 114 hundert und vier-

vierzehen; 570 fünf hundert und siebenzig; 324 dreyhundert und vier und zwantzig; 208 zwey hundert und acht; 600 sechs hundert; und so fort.

8) **Hat man nun gelernet alle Zahlen, so mit dreyen oder weniger Characteren geschrieben werden, aussprechen, so ist sehr leicht alle Zahlen, aus wieviel Characteren sie auch immer bestehen, mit ihren gehörigen Wörten auszusprechen. Dieses geschiehet, indem von der Rechten Hand anzufangen je drey und drey Characteres abgeschnitten werden, so daß die gantze Zahl in eine gewisse Anzahl Glieder zertheilet wird, deren jedes aus drey Characteren bestehet. Ein jedes Glied wird nun mit eben den Worten, als wenn es allein stünde, ausgesprochen, und dazu ausser bey dem ersten von der Rechten gegen der Lincken ein besonderes Wort hinzugesetzet; als bey dem zweyten von der Rechten tausend, bey dem dritten *Millionen*, bey dem vierten tausend, bey dem fünften *Billionen* und so fort. Auf diese Art wird nun ein Glied nach dem anderen ausgesprochen, der Anfang aber von der Lincken gemacht und gegen der Rechten fortgefahren.**

Diese Eintheilung in Glieder, deren jedes drey Characteres enthält, geschiehet von der Rechten gegen der Lincken, so lang Characteres vorhanden; weswegen zu mercken, daß das letzte Glied

Glied nicht allezeit aus drey Characteren beſtehe, ſondern viel Mahl nur zwey oder einen enthalte; da aber gleichwohl dieſelben, als wenn ſie allein ſtünden, ausgeſprochen werden mit Hinzuſetzung des gehörigen Worts. Was nun dieſe Wörter betrifft, ſo ſieht man, daß von der rechten gegen der lincken Hand dieſe Glieder nehmlich: das zweyte, vierte, ſechſte, achte, zehente und ſo fort alle das Wort **tauſend** mit ſich führen. Das dritte aber hat bey ſich das Wort, *Millionen*; das fünfte, *Billionen*, das ſiebende, *Trillionen*, das neunte, *Quadrillionen* und ſo fort. Eine jede vorgegebene Zahl kan alſo auf folgende Art zur Ausſprechung zugerüſtet werden.

31|415|926|532|897|932|384

Trillionen | tauſend | Billionen | tauſend | Millionen | tauſend

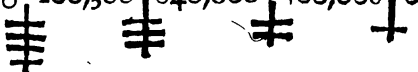
oder auch anſtatt der Worte nur Zeichen wie folget:

31 | 415,926 | 535,897 | 932,384

allwo die Commata anſtatt **tauſend** ſtehen, die Zeichen ⊥ ǂ ǂǂ aber *Millionen*, *Billionen*, *Trillionen* bedeuten. Nach den gegebenen Regeln wird nun dieſe Zahl auf dieſe Art ausge-

gesprochen. **Ein und dreyßig** *Trillionen*, **vier hundert und fünfzehen tausend, neun hundert und sechs und zwanzig** *Billionen*, **fünf hundert und fünf und dreyßig tausend, achs hundert und sieben und neunzig** *Millionen*, **neun hundert und zwey und dreyßig tausend drey hundert und vier und achtzig.** Es ist schon oben erinnert worden, daß der Character o nicht ausgesprochen werde: Damit nun dieses den Anfängern keine Schwierigkeit verursache, haben wir nachgehendes Exempel beygefüget.

10 200,300 040,000 500,006 009,007



Diese Zahl wird nun allso ausgesprochen: **Zehen** *Quadrillionen*, **zwey hundert tausend und drey hundert** *Trillionen*, **vierzig tausend** *Billionen*, **fünf hundert tausend und sechs** *Millionen*, **neun tausend und sieben.** Auf diese Art wird nun eine jede Zahl, welche mit diesen Characteren beschrieben ist, erkannt und mit Worten ausgesprochen. Nun folget wie eine jede Zahl, welche mit Worten ausgesprochen wird, durch diese Characteres auf gemeldte Art geschrieben werden soll. Dieses aber desto besser vorzutragen, ist nöthig vorher einige Wörter zu erklären.

9) **In einer nach obgemeldter Art beschriebenen Zahl stehen auf der ersten Stelle von**

von der Rechten gegen der Lincken die Unitæ-
tes, weilen der auf dieser Stelle stehende
Character anzeiget, wie viel einzele Stücke
vorhanden sind. Auf der zweyten Stelle
sind die Decades, indem der Character auf
dieser Stelle ausweiset, wievielmahl zehen
einzele Stücke vorhanden. Ferner werden die
auf der dritten Stelle Centenarii genennet;
auf der vierten Millenarii; auf der fünften
Decades millenariorum, auf der sechsten Cen-
tenarii millenariorum und auf der siebenden
Milliones. Wenn man nun die Millionen als
einzele Stücke betrachtet, so befinden sich
auf der achten Stelle wieder Decades nehm-
lich Millionum, auf der neunten Centenarii
und so wiederum fort bis auf Billionen, auf
der dreyzehnten Stelle. In gleicher Ord-
nung geht man wiederum fort bis auf Tril-
lionen und so weiter.

Dieses deutlicher vor Augen zu legen die-
net folgende Tabelle, welche weiset was die Cha-
racteres auf einer jeglichen Stelle für eine Be-
deutung haben: als

Stellen	die Bedeutung	
1	Unitates	Unitatum
2	Decades	
3	Centenarii	
4	Millenarii	
5	Decades millenariorum	
6	Centenarii millenariorum	

Stellen				die Bedeutung	
7	ſ	ſ	ſ	Unitates	Millionum
8	ſ	ſ	ſ	Decades	
9	ſ	ſ	ſ	Centenarii	
10	ſ	ſ	ſ	Millenarii	
11	ſ	Decades millenariorum			
12	ſ	Centenarii millenariorum			
13	ſ	ſ	ſ	Unitates	Billionum
14	ſ	ſ	ſ	Decades	
15	ſ	ſ	ſ	Centenarii	
16	ſ	ſ	ſ	Millenarii	
17	ſ	Decades millenariorum			
18	ſ	Centenarii millenariorum			
19	ſ	ſ	ſ	Unitates	Trillionum
20	ſ	ſ	ſ	Decades	
21	ſ	ſ	ſ	Centenarii	
22	ſ	ſ	ſ	Millenarii	
23	ſ	Decades millenariorum			
24	ſ	Centenarii millenariorum			

und ſo weiter.

Hiebey iſt nun zu mercken, daß eine Decas zehen Unitæten oder einzele Stücke enthalte, ein Centenarius aber zehen Decades; ein Millenarius zehen Centenarios; eine Decas millenariorum zehen Millenarios und ſo weiter:

Wenn man ſich alſo einen Begriff von dieſen Worten gemacht, ſo ſiehet man gleich wieviel Stücke eine jegliche Zahl von einer jeglichen Sorte ent-

enthalte, als diese Zahl 5738264 enthält 5 Millionen: 7 Centenarios millenariorum, 3 Decades millenariorum, 8 Millenarios, 2 Centenarios, 6 Decades, und 4 einzele oder Unitates. Hievon aber einen deutlichen Begriff zu geben, so lasset uns setzen, ein Mann habe in seinem Vermögen so viel Rubel als diese Zahl 5738264 ausweiset. Die Grösse dieses Vermögens wird nun am deutlichsten erkannt, wenn man sagt, dieser Mann habe erstlich 5 Kisten in deren jeder eine Million Rubl. sey; und dann noch 7 Kisten, jede von hundert tausend Rubl. drittens drey Kisten jede von zehen tausend Rubl. viertens 8 Säcke jeden von tausend Rubl. fünftens 2 Säcke jeden von hundert Rubl. sechstens 6 Beutel in deren jedem zehen Rubl. und endlich noch dazu 4 einzele Rubl. Aus einer solchen Beschreibung wird nun ein jeder von diesem Reichthum einen deutlichen Begriff bekommen; und wenn wir recht nachdencken, so werden wir befinden, daß sich einjeder eine grosse Zahl auf eben diese Art vorstellet. Dann was wir dorten Unitæten genennet, sind in diesem Exempel einzele Rubl. Eine Decas ist hier ein Beutel von zehen Rubl. Ein Centenarius ist hier ein Sack von hundert Rubl. und so fort.

10) **Um eine Zahl, welche ist vorgegeben worden, zu schreiben, muß man erstlich sehen, wie viel dieselbe von einer jeglichen Sorte aus der vorigen Tabelle enthalte. Hernach wenn dieses geschehen, muß die**

Anzahl einer jeglichen Sorte auf die in ebener Tabelle angezeigte Stelle gesetzet werden. Wo aber, nachdem dieses alles geschehen, noch einige Stellen ledig bleiben, müssen dieselben mit dem nichts bedeutenden Character o erfüllet werden. Weswegen also hiezu dienlich ist die Stellen, wenn man weiß wieviel derselben vorhanden seyn müssen, mit Punckten zu bemercken.

Wenn also nach dieser Art sollte geschrieben werden, zwey hundert und sechs tausend, sieben hundert und fünfzig; so hat man zu sehen, daß erstlich 2 Centenarii millenariorum vorhanden, welche auf die sechste Stelle gehören; hernach sind 6 Millenarii da auf die vierte Stelle, und dann 7 Centenarii auf die dritte Stelle, und endlich 5 Decades auf die zweyte Stelle; so daß also die fünfte und die erste Stelle ledig bleiben. Diese Zahl wird demnach in unseren Characteren also stehen 206750. Wer sich aber in Aussprechung der Zahlen, wie vorher gelehret worden, einiger massen geübet, wird zugleich im Stande seyn, eine Zahl, welche er gehöret aussprechen, wiederum zu schreiben: und wenn es auch nicht recht gerathen solte, würde er den Fehler bald mercken, wenn er seine geschriebene Zahl wiederum mit Worten ausdrücken sollte. Hiebey aber kan man dennoch einige Regeln geben, daß man in diesem Wercke um so viel sicherer verfahre. Wenn die Zahl, wie es die Gewohnheit

keit mit sich bringt so ausgesprochen wird, daß erstlich die grösten Sorten und denn der Ordnung nach die kleineren benennt werden, so kan er gleich von der Lincken gegen der Rechten die Characteres einer jeglichen Sorte schreiben, wenn er mercket, daß von allen nach der höchsten folgenden Sorten etwas vorhanden ist. Trifft sich aber daß eine oder einige Sorten nicht benennet wurden, so kan er dieselben auch gleich mercken und die Stellen derselben mit o ausfüllen. Das fürnehmste hierinn ist, daß man die Zahlen, welche kleiner sind als tausend, wohl wisse zu schreiben und auf ihre gehörigen drey Stellen zu setzen, denn so wohl die Tausender als Millionen, Billionen ꝛc. durch solche Zahlen gezehlet zu werden pflegen. Hernach ist auch zu beobachten, daß die Millionen, Billionen, Trillionen ꝛc. sechs Stellen in ihrem Bezirck haben; da dann eine jegliche Art ins besondere kan geschrieben werden: wobey nur zu mercken, daß nach den Millionen gegen der rechten noch 6 Stellen, nach den Billionen zwölff Stellen und so fort folgen müssen. Endlich ist auch zu mercken, daß niemahls von einer Sorte mehr als neun können geschrieben werden, in dem 10 Stücke von einer Sorte ein Stück von der folgenden ausmachen und folglich dahin gehören. Deswegen muß sich einer nicht verführen lassen, wenn man ihm zu schreiben vorlegt, eilf tausend, eilf hundert und eilf; er muß nehmlich wissen, daß eilf hundert einen Mil-

lenarium nebſt einem Centenario ausmache und deswegen wird er haben zwölff tauſend ein hundert und eilf, welche alſo geſchrieben werden 12111.

11) **Dasjenige, welches bisher iſt erkläret worden, nehmlich wie man eine durch** Characteres **beſchriebene Zahl mit Worten ausſprechen und hinwiederum eine jede Zahl durch ſolche** Characteres **ſchreiben ſoll, wird die** Numeration **genennet, und pflegt gemeiniglich für die erſte** Arithmetiſche Operation **gehalten zu werden.**

Es iſt willkührlich was für Character zu Beſchreibung der Zahlen gebrauchet werden; eine jede Art aber der Zahlen auszudrucken erfordert beſondere Regeln zu den Arithmetiſchen Operationen, welche aus der Beſchaffenheit einer jeglichen Art müſſen hergeleitet werden. Wir haben aber bisher genugſam dargethan, daß die gewöhnliche Art vermittelſt der zehen Character am allerbeſten mit den Worten, dadurch die Zahlen benennet werden, übereinkommen; wie es dann auf dieſe Art ſehr leicht iſt eine jede durch ſolche Characteres beſchriebene Zahl mit Worten auszuſprechen, und hinwiederum eine mit Worten benennte Zahl zu ſchreiben. Da nun die Arithmetiſchen Operationen nach dieſer Art am bequemſten eingerichtet worden; ſo war, ehe man zu den Operationen ſelbſt ſchreiten könnte, unumgänglich nöthig dieſe Ausdruckungs-Art der Zahlen ausführlich zu erklären, damit daraus die Re-

geln

geln für die Operationen könnten hergeleitet werden. Diese Vorbereitung zu den Arithmetischen Operationen wird nun Numeratio oder Notatio genennet, welche lehret eine jegliche Zahl schreiben, und wenn eine Zahl geschrieben, wiederum aussprechen. Die Numeration kan allso nicht mit unter die Operationen gezehlet werden, wenn wir durch eine Operation eine besondere Art verstehen, aus zweyen oder mehr gegebenen Zahlen eine neue herauszubringen. Da wir nun durch Ausführung der Numeration das Fundament zu den Arithmetischen Operationen geleget, daraus dieselben gründlich können erkläret werden, so schreiten wir zu diesen Operationen selbst fort, wenn einige Exempel zur Ubung werden beygebracht seyn.

Exempel der Numeration.

1. Man hat gefunden, daß der Umkreiß der Erde so viel Teutsche Meilen halte als diese Zahl 5400 andeutet: nun fragt man wie groß die Anzahl der Meilen sey?

   Antw. fünf tausend vier hundert Teutsche Meilen.

2. Bibliander hat die Unkösten ausgerechnet, welche der König Salomon bey Aufbauung des Tempels zu Jerusalem aufgewandt, und setzt dieselben auf 1369538005o Kronen; nun wird die Grösse dieser Zahl gefraget?

   Antw. dreyzehen tausend sechs hundert fünf und neunzig Millionen; drey hundert und achtzig tausend und fünfzig Kronen.

3. Der Kayser Augustus wandte jährlich zu Beschützung der Gräntzen des Römischen Reichs 1200000 Kronen auf. Wie wird diese Zahl mit Worten ausgesprochen?

Antw. eine Million und zweymal hundert tausend Kronen, oder auch zwölffmahl hundert tausend Kronen.

4. Der Schatz mit welchem sich der König Sardanapalus von Assyrien selbst soll verbrannt haben, wird auf 145000000000 Goldgülden geschätzet; fragts sich wie groß dieser Schatz gewesen?

Antw. hundert und fünf und vierzig tausend Millionen Goldgulden.

5. Archimedes beweiset, daß nicht nur alle Sand-Körner auf der gantzen Erde können gezehlet werden; sondern daß man so gar eine Zahl anzeigen könne, welche grösser wäre, als die Anzahl der Sand-Körner, welche den gantzen Raum der Welt bis an die äussersten Fixsternen zu erfüllen erfordert würde. Diese Zahl setzet Clavius nach unserer Schreibart nachfolgende: 1000000000000000000000000000000000000000000000000000 nemlich die Unitæt mit ein und fünfzig Ciphren, wie muß nun diese Zahl mit Worten ausgesprochen werden?

Antw. ein tausend Octillionen. Nehmlich die letzteren acht und vierzig Cyphren geben

den Octillionen und vor denselben stehet noch 1000 das ist tausend.

6. Endlich kan nachfolgende Zahl 12345678900987654321 zu einem Exempel dienen, darinnen alle verschiedenen Abwechslungen vorkommen. Wie wird nun diese Zahl mit Worten ausgesprochen?

Antw. Zwölf Trillionen, drey hundert und fünf und vierzig tausend, sechs hundert und acht und siebenzig Billionen, neun hundert tausend, neun hundert und sieben und achtzig Millionen, sechs hundert und vier und fünfzig tausend, drey hundert und ein und zwanzig.

Cap. II.

Von der Addition als der ersten Arithmetischen Operation.

1

Bey der Addition werden solche Regeln gegeben, durch derer Hülfe man eine Zahl finden kan, welche eben so groß ist, als zwey oder mehr gegebene Zahlen. Diese Zahl welche durch diese Regeln gefunden wird, pflegt die Summ der gegebenen Zahlen genennet zu werden.

Wir haben im vorigen Capitel dargethan, daß wir von grossen Zahlen keinen deutlichen Begriff haben, wenn wir nicht wissen, wie dieselben aus kleineren Zahlen zusammen gesetzet sind. Als wenn man sich die Zahl 1735 vorstellet, so bestehet der Begriff von derselben darinnen, daß man weiß, daß dieselbe aus tausend und siebenhundert und dreyßig und fünf zusammen gesetzt, oder die Summ dieser Zahlen sey. Von diesen Theilen aber wird voraus gesetzet, daß man einen deutlichen Begriff habe; welches im vorhergehenden Capitel gnugsam ist ausgeführet worden. Es bestehet nehmlich die Erkänntniß der Zahlen darinn, daß man wisse, aus wieviel Unitæten, Decaden, Centenariis, Millenariis etc. eine jegliche Zahl bestehe; und nach diesen Theilen ist sowohl die Art die Zahlen zu schreiben als dieselben mit Worten auszusprechen eingerichtet. Wenn man sich demnach von einer Zahl, welche aus Zusammensetzung zweyer oder mehr gegebenen Zahlen entstehet, einen deutlichen Begriff formiren will; so muß man untersuchen, aus wieviel Unitæten, Decadibus, Centenariis etc. dieselbe bestehe. Denn wenn man dieses gefunden, so ist man im Stande die verlangte Zahl sowohl zu schreiben als mit Worten auszusprechen. Diese Operation nun, dadurch gefunden wird, aus wieviel solcher Theilen die Summe zweyer oder mehr gegebenen Zahlen bestehe, wird die Addition genennt. Und deswegen erhalten wir durch

die

die Addition einen deutlichen Begriff von der Summ zweyer oder mehr gegebenen Zahlen, und können dieselbe sowohl schreiben, als mit Worten aussprechen. Als wenn die Summ von diesen beyen Zahlen 247 und 328 verlanget wird, so ist zwar der Begriff davon schon ziemlich deutlich, weil man weiß daß dieselbe den zwey gegebenen Zahlen zusammengenommen gleich ist; Man verlangt aber zu vollkommener Erkäntnüß dieser Summ zu wissen, aus wieviel Unitæten, Decadibus, Centenariis etc. dieselbe bestehe, damit man dieselbe nach der gewöhnlichen Art schreiben und mit Worten aussprechen könne. Dieses nun zu bewerckstelligen giebt uns die Addition sichere und leichte Regeln an die Hand, derer Richtigkeit und Gebrauch wir allso gründlich und ausführlich beschreiben werden.

2) **Zur** Addition **zweyer oder mehr Zahlen wird erfordert, daß man wisse die** Unitates, die Decades, Centenarios etc. **insbesondere zu** addiren. **Und da** 10 Unitates **eine** Decadem; 10 Decades **einen** Centenarium; 10 Centenarii **einen** Millenarium **und so fort ausmachen: so ist nöthig, daß, wenn in der** Addition **mehr als** 9 **Stücke von einer Gattung vorkommen, dieselben zu höheren Gattungen geschlagen werden, so daß niemahls mehr als** 9 **Stücke von einer Gattung in** Consideration **kommen.**

Da die Zahlen, welche zusammen gesetzet werden

den ſollen, aus Unitæten, Decaden, Centenariis, und ſo fort beſtehen; ſo muß die Summ eben ſo viel Unitæten und Decaden und Centenarios und ſo weiter in ſich begreiffen, als die gegebenen Zahlen insgeſamt in ſich enthalten. Derowegen um zwey oder mehr Zahlen zuſammen zu addiren wird erfordert, daß man die Unitæten Decades, Centenarios etc. jede insbeſondere addire. Da aber auſſer der o nicht mehr als neun Characteres vorhanden ſind, dadurch eine gewiſſe Anzahl entweder von Unitæten oder Decaden oder Centenariis etc. kan angedeutet werden, ſo können niemahls mehr als neun von einer Sorte durch dieſe Characteres bemercket werden. Derowegen wenn mehr als neun von einer Sorte vorkommen, ſo müſſen daraus ſo viel von den folgenden höheren Sorten formirt werden, als möglich iſt, bis weniger als 10 von einer jeglichen Gattung übrig bleiben. Dieſe Verwechſelung geſchicht nun durch Hülfe der Verhältniß zwiſchen allen dieſen Gattungen, da nehmlich 10 Unitæten eine Decadem; 10 Decades einen Centenarium, zehen Centenarii einen Millenarium erfüllen und ſo weiter. Weilen nun unſere Begriffe von den Zahlen in ſo ferne deutlich ſind als wir begreiffen, aus wieviel Stücken von einer jeglichen Sorte dieſelben beſtehen; ſo giebt ſich die obgedachte Verwechſelung von ſelbſten, ſo bald man die Summ verſchiedener Anzahlen von Unitæten, oder Decaden oder Centenariis etc. erkennet.

kennet. Als wenn man weiß, daß 8 und 9 zusammen, siebenzehen ausmachen, so weiß man zugleich daß 8 und 9 Unitates zusammen eben so viel ist als eine Decas nebst 7 Unitæten. Gleichergestalt sind 8 und 9 Decades so groß als ein Centenarius und 7 Decades: und 8 und 9 Centenarii so groß als ein Millenarius nebst 7 Centenariis; und so weiter mit allen folgenden Sorten.

3) Um zwey oder mehr Zahlen zusammen zu setzen oder zu addiren wird erfordert, daß man zu einer jeglichen Zahl könne eine von den 9 einfachen Zahlen als 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 hinzusetzen, welches entweder durch die Abzehlung an den Fingern oder auf eine fertigere Art durch die Erlernung einer Tabelle kan bewerckstelliget werden, aus welcher man sehen kan, wieviel heraus kommt, wenn zu einer gegebenen Zahl eine von den 9 einfachen Zahlen hinzugesetzet wird.

Da alle Zahlen aus den neun ersten einfachen Zahlen zusammen gesetzet sind: so bestehet die Leichtigkeit in den Arithmetischen Operationen darinn, daß man mit den allergrösten Zahlen eben diejenigen Operationen anstellen kan, welche man mit den neun einfachen Zahlen zu machen weiß. Derowegen wird auch in der Addition erfordert, daß man die einfachen Zahlen zusammen zu setzen wisse; und dazu werden in dieser Operation keine

Re-

Regeln gegeben. Wenn man aber die einfachen Zahlen zu addiren gelernet, so ist man im Stande so grosse Zahlen als immer vorgegeben werden zu addiren oder in eine Summ zu bringen. Es wird demnach, ehe diese Regeln gegeben werden, vorausgesetzet, daß man wisse die einfachen Zahlen zusammen zu addiren, welches auch, wenn man nur zehlen kan, sehr leicht ist und gantz keine Schwierigkeit hat. Denn wenn man von einer gegebenen Zahl weiter fortzehlet, so ist die nächste welche folget um eins grösser als die gegebene; die zweyte der folgenden um zwey, die dritte um drey und sofort. Und auf diese Art kan man durch Abzehlung an den Fingern, zu einer jeglichen Zahl noch eine von den neun einfachen Zahlen hinzusetzen. Unterdessen aber ist dennoch dienlich, daß man nachfolgende Tabelle im Kopfe habe, aus welcher man die Summ je zweyer einfachen Zahlen anzeigen lernet:

1	und	1	macht	2	2	und	2	macht	4
1	"	2	"	3	2	"	3	"	5
1	"	3	"	4	2	"	4	"	6
1	"	4	"	5	2	"	5	"	7
1	"	5	"	6	2	"	6	"	8
1	"	6	"	7	2	"	7	"	9
1	"	7	"	8	2	"	8	"	10
1	"	8	"	9	2	"	9	"	11
1	"	9	"	10					

3	und	3	macht	6
3	=	4	=	7
3	=	5	=	8
3	=	6	=	9
3	=	7	=	10
3	=	8	=	11
3	=	9	=	12
4	und	4	macht	8
4	=	5	=	9
4	=	6	=	10
4	=	7	=	11
4	=	8	=	12
4	=	9	=	13
5	und	5	macht	10
5	=	6	=	11
5	und	7	macht	12
5	=	8	=	13
5	=	9	=	14
6	und	6	macht	12
6	=	7	=	13
6	=	8	=	14
6	=	9	=	15
7	und	7	macht	14
7	=	8	=	15
7	=	9	=	16
8	und	8	macht	16
8	=	9	=	17
9	und	9	macht	18

Hat man nun diese Tabelle im Gedächtnüß, so kan man durch Hülfe derselben auch mit leichter Mühe zu einer jeglichen Zahl noch eine einfache hinzusetzen. Wo aber je dieses, welches am besten durch eine fleißige Übung erhalten wird, solte einige Schwierigkeit haben, so kan dieselbe durch die Regeln der Addition selbst gehoben werden: dann diese Tabelle ist hinlänglich zu Addirung zweyer Zahlen so groß sie auch immer sind. Wenn aber drey oder mehr Zahlen sollten zusammen gesetzet werden, so müste man auch die Summ von je drey oder mehr einfachen Zahlen wissen. Weiln nun dieses beschwehrlich fiele, so könnte man erst-

erſtlich nur zwey Zahlen addiren; und ſo dann zu der Summ noch eine und ſo fort, bis alle gegebenen Zahlen in eine Summ ſind gebracht worden. Weilen demnach auf dieſe Art niemahls mehr als 2 Zahlen auf einmahl zu addiren vorfallen, ſo kan man ſich mit der gegebenen Tabelle ſo lange begnügen und die Addition mehrerer Zahlen auf beſagte Art anſtellen, bis man eine gröſſere Fertigkeit bekommen.

4) **Wenn zwey oder mehr Zahlen ſollen zuſammen geſetzet oder in eine Summ gebracht werden, ſo wird die Summ gefunden, wenn man alle Unitæten zuſammen ſetzet, und denn alle Decades, ferner alle Centenarios, Millenarios und ſo fort. Es können aber die Decades, Centenarii, Millenarii unter ſich auf eben die Art addiret werden, als die Unitæten, welche zu addiren im vorigen iſt gelehret worden.**

Weilen die Summ gleich ſeyn muß denen gegebenen Zahlen zuſammengenommen; ſo muß dieſelbe aus ſo viel Unitæten, Decadibus, Centenariis, Millenariis etc. beſtehen, als die gegebenen Zahlen insgeſamt enthalten. Derohalben wird die Summ gefunden, wenn man erſtlich die Unitæten der gegebenen Zahlen, und denn die Decades ferner die Centenarios und Millenarios und ſo fort addiret, und alle dieſe Sorten zuſammen ſetzet. Die Summ alſo von zweyen oder mehr Zahlen zu finden wird erfordert, daß man

wiſſe

wisse insbesondere die Unitæten, ingleichem die Decades, Centenarios, Millenarios und so fort zusammen zu setzen. Was die Unitæten betrift so ist die Zusammensetzung derselben im vorhergehenden Punct gemeldet worden: denn wenn die gegebenen Zahlen wie wir voraussetzen, auf die gewöhnliche Art entweder ausgesprochen oder geschrieben werden, so können niemahls mehr als 9 Stücke von einer Gattung vorkommen; und demnach um die Unitæten zu addiren ist genug wenn man weiß zu einer jeglichen Zahl eine einfache Zahl hinzuzusetzen. Mit den anderen und folgenden Sorten als Decadibus, Centenariis, Millenariis und so fort hat es eine gleiche Bewandnüß, und wer die Unitæten zusammen addiren kan, derselbe kan auf gleiche Weise die Decades, Centenarios und folgenden Sorten addiren. Denn gleichwie 7 Unitæten und 9 Unitæten, zusammen sechszehen Unitæten machen; so machen auch 7 Decades und 9 Decades zusammen sechszehen Decades: und 7 Stücke und 9 Stücke von einerley Sorten, machen zusammen 16 Stücke von eben der Sorte. Woraus erhellt, daß verschiedene Stücke von einer jeglichen Gattung, als Decades, Centenarii, Millenarii und sofort, eben so leicht und auf eben die Art zusammen gesetzet werden, als die Unitæten. Dieses besser zu erläuteren, so seyen diese Zahlen 726 und 4937 gegeben, derer Summ gefunden werden soll. Nach der gegebenen Anleitung

muß nun die Summ erstlich 6 und 7 das ist nach der vorigen Tabelle 13 Unitæten enthalten, zweytens 2 und 3 das ist 5 Decades; drittens 3 und 9 das ist 12 Centenarios; und viertens 5 und 4 das ist 9 Millenarios. Und derohalben kan man mit Gewißheit sagen, daß die Summ dieser gegebenen Zahlen seye 9 Millenarii, 12 Centenarii, 5 Decades und 13 Unitates. Allein hiebey ist diese Schwierigkeit, daß diese Zahl oder Summ so wie sie hier ist angedeutet worden, nicht geschrieben werden kan, weilen mehr als 9 Centenarii und Unitates vorkommen; welches wieder die Natur dieser Schreibart läufft. Wenn demnach in dem Addiren mehr als 9 Stücke von einer Gattung vorkommen, so muß dieser Schwierigkeit im Schreiben abgeholfen werden; welches im folgenden Punct geschehen soll.

5) **Wenn in Zusammensetzung der Unitatum, Decadum, Centenariorum und so fort geschieht, daß mehr als neun von einer Sorte herauskommen; so müssen daraus von der folgenden Sorte so viel Stücke gemacht werden, bis weniger als zehen Stücke bey derselben Sorte vorhanden bleiben. Die Stücke aber von der folgenden Sorte müssen zu der Summ derselben Sorte addiret werden; Auf diese Art wird man nun erhalten, daß von keiner Sorte mehr als neun Stücke herauskommen; weswegen alsdenn die gesuchte Summ leicht wird können geschrieben werden**

Da

Da zehen Unitæten eine Decadem ausmachen, zehen Decades aber einen Centenarium, und zehen Centenarii einen Millenarium und so fort, so wird daraus leicht seyn, wenn im Addiren mehr als neun Unitæten herauskommen aus denselben eine oder zwey oder mehr Decades zu machen, welche so dann bey der Addition der Decadum mit hinzugesetzet werden müssen. Auf gleiche Weise ist es auch beschaffen mit den Decadibus, welche, wenn mehr als neun vorkommen, einen oder zwey oder mehr Centenarios ausmachen. Ferner operiret man auf eben die Art in Addirung der folgenden Sorten, und erhält dadurch, daß niemahls mehr als neun von einer Sorte heraus kommen. Und wo dieses geschehen, so wird aus dem, was im vorigen Capitel von der Schreibung der Zahlen gelehrt worden ist, leicht seyn die herausgebrachte Summ zu schreiben. Um aber leichter zu sehen, wieviel eine gewisse Anzahl Unitæten, Decades, oder eine gewisse Anzahl Decades, Centenarios in sich begreiffen und so weiter; so ist dienlich, daß man die gefundene Summ der Unitæten oder Decadum oder Centenariorum und folgenden Sorten auf die gewöhnliche Art schreibe und sehe, ob dieselbe aus mehr als einem Character bestehe. Denn bestehet die Summ von einer Sorte nur aus einem Character, so enthält dieselbe kein Stück von der folgenden Sorte, sondern behält den Nahmen von Unitæten oder Decaden und so fort, aus welchen sie ist gefun-

funden worden. Beſtehet aber die Summ auf dieſe Art geſchrieben aus zwey Characteren, ſo deutet der zur lincken Hand an, wie viel Stück von der folgenden Sorte in dieſer Summ enthalten, welche folglich mit zu der Summ der folgendem Sorte müſſen geſchlagen werden. Dieſes alles aber wird deutlicher aus nachfolgendem Exempel erſehen werden: Als man verlangt die Summ von dieſen drey Zahlen 2304; 5629; und 7230 zu wiſſen. Dieſe zu finden addiret man alſo die Unitæten von dieſen drey Zahlen zuſammen, welche ausmachen dreyzehen oder 13 Unitæten. Hieraus erkennet man, daß dieſe Summ 1 Decadem und 3 Unitæten begreiffe; weswegen nur 3 Unitæten vorhanden ſind; und die eine Decas wird mit zu den Decadibus geſetzet. Die Decades aber von dieſen drey Zahlen zuſammen genommen geben 5 Decades, und zu dieſen die obige eine Decas gethan macht 6 Decades; worinn alſo kein Centenarius enthalten iſt. Ferner addire man die 3 und 6 und 2 Centenarios; ſo findet man eilf oder 11 Centenarios; dieſe Summ iſt alſo ſo viel als 1 Centenarius und 1 Millenarius, welcher zu den Millenariis muß hinzugethan werden. Dieſer Millenarius alſo und 2 und 5 und 7 Millenarii machen zuſammen 15 Milenarios: das iſt 5 Millenarii und eine Decas Millenariorum. Alles dieſes zuſammen oder die Summ der drey gegebenen Zahlen iſt derowegen eine Decas Mil-

le-

mariorum und 5 Millenarii, und 1 Centenarius und 6 Decades und 3 Unitæten; welche geschrieben geben 15163, oder fünfzehen tausend einhundert und drey und sechzig. Solten aber in Addirung einer Sorte hundert oder mehr Stücke herauskommen, so enthält die Summ zehen oder mehr von der folgenden und folglich ein Stück zu der zweyten folgenden Sorte. Als wenn die Summ der Decadum wäre gefunden worden 125, so müste man 2 Stücke zu den Centenariis und 1 zu den Millenariis hinzusetzen. Dieses ist also der Grund der Addition, aus welchem klar erhellet, daß die auf diese Art gefundene Zahl nothwendig die Summ der gegebenen Zahlen seyn müsse; indem dieselbe allein eben so viel Unitæten, Decades, Centenarios und so fort in sich enthält, als die gegebenen Zahlen insgesammt. Eben diese Operation aber geschwind und fertig zu verrichten, so werden einige Vortheile gewiesen werden, dadurch die Arbeit sehr erleichteret wird.

6) Wenn zwey oder mehr Zahlen sollen addiret oder zusammen gesetzet werden, so schreibe man dieselben unter einander, so daß die Unitæten, imgleichen auch die Decades und Centenarii und so weiter unter einander zustehen kommen, und ziehe unter diese Zahlen eine Linie, unter welche die gesuchte Summ gesetzet werden soll. Alsdenn wird von der rechten Hand der Anfang gemacht

macht und die Unitæten zusammen addiret, deren Summ wenn sie kleiner ist als 10 wird unter die Unitæten unter die Linie geschrieben, ist die Summ aber grösser als 9 und enthält folglich eine oder mehr Decades nebst etlichen Unitæten, so wird nur diese Anzahl der Unitæten unter die Linie geschrieben, die Decades aber bey Addirung der Decadum noch hinzugethan. Auf gleiche Art werden auch ferner die Decades addiret und weiter die Centenarii, Millenarii und so fort. Wo nun dieses alles geschehen, so ist die Zahl, welche herausgekommen und unter die Linie gesetzet worden, die verlangte Summ der gegebenen Zahlen.

Die Zahlen, welche addiret werden sollen, werden deswegen unter einander geschrieben, damit die Zahlen welche in einer Reihe von oben herab stehen, einerley Sorten nehmlich entweder Unitæten oder Decades oder Centenarii und so fort bedeuten, und also besser ins Gesicht fallen und desto bequemer addiret werden können. Ferner fängt man die Addition von der Rechten, das ist von den kleineren Sorten an, und fähret fort gegen der Lincken, das ist zu den grösseren Sorten; weilen in Addirung der kleineren Sorten grössere Sorten entstehen können, welche alsdann zu den grösseren hinzugethan werden müssen: Weswegen die Addition der kleineren Sorten zu erst verrichtet wird. Die gantze

Ope-

Operation kan im übrigen durch Exempel am deutlichsten gewiesen werden. Als es sollen nachfolgende Zahlen 53237; 8729; und 10237 addiret werden; so werden diese Zahlen unter einander geschrieben wie folget:

53237
8729
1.0.2.3.7
72203

da dann die erste Reihe von oben herab Unitæten, die zweyte Decades, die dritte Centenarios die vierte Millenarios, und die fünfte Decades Millenariorum bedeutet. Nun werden erstlich die Unitæten addiret und gesagt: 7 und 9 macht 16 und noch 7 dazu macht 23 Unitæten, das ist 2 Decades, welche zu der zweyten Reihe müssen hinzugethan und deswegen bey dieser Reihe mit 2 Punckten bemercket werden; die drey Unitæten aber werden unter die Linie auf die erste Stelle von der rechten Hand, das ist, auf die Stelle der Unitæten geschrieben. Zweytens geht man zu den Decaden und sagt 3, und 2 macht 5 und noch 3 macht 8 und noch 2, welche durch die 2 Puncten angedeutet worden, macht 10 Decades das ist, 1 Centonarius und keine Decas; weil nun keine Decas vorhanden, so wird unter die Linie auf die zweyte Stelle eine o geschrieben; der 1 Centenarius aber wird durch ein Punct bey

der dritten Reihe der Centenariorum angedeutet. Drittens sagt man 2 und 7 macht 9 und noch 2 macht 11 und noch 1 wegen dem Punct macht 12 Centenarios, das ist 1 Millenarius, welcher durch ein Punct bey der folgenden Reihe angedeutet wird und zwey Centenarii, welche unter die Linie auf die dritte Stelle geschrieben werden. Viertens machen 3 Millenarii und 8 und noch einer zusammen 12 Millenarios oder 1 Decadem Millenariorum, so durch ein Punct bey dieser Sorte angezeiget wird, und 2 Millenarios, welche unter die Linie auf die vierte Stelle geschrieben werden. Endlich hat man noch 5 und 1 und noch 1 Decadem Millenariorum, das ist 7 Decades Millenariorum, welche unter die Linie auf die fünfte Stelle geschrieben werden. Hiemit ist die Operation zu ende gebracht, weswegen die Summ der gegebenen Zahlen ist: zwey und siebenzig tausend zwey hundert und drey. Aus der Ausführung dieses Exempels kan nun nicht nur der Grund der Addition, sondern auch der Grund von den gemeinen Regeln erkannt werden, welche man mit wenig Worten auf folgende Art gebraucht.

93 5 0 7 8
8 4 6 1 8 1
7 5 7 2 9 3
2.3.5.6.0.4
---
2 7 7 4 1 5 6

Diese vier Zahlen zu addiren, so sagt man, nach dem dieselben auf die gewiesene Art sind geschrie-

ben

den werden: 8 und 1 macht 9 und 3 macht 12 und 4 macht 16; schreibt also 6 und behält 1 zur folgenden Reihe. Ferner 7 und 8 macht 15 und 9 macht 24 und 1 macht 25; schreibet 5 und behält 2. Drittens 1 und 2 macht 3 und 6 macht 9 und 2 macht 11 schreibt 1; und behält 1. Viertens 5 und 6 macht 11 und 7 macht 18 und 5 macht 23 und 1 macht 24; schreibt 4 und behält 2. Fünftens sagt man 3 und 4 macht 7 und 5 macht 12 und 3 macht 15 und 2 macht 17; schreibet 7 und behält 1. Sechstens 9 und 8 macht 17 und 7 macht 24 und 2 und 1 macht 27; schreibet 7 und dazu auch das 2 weilen keine Reihe mehr folget, dazu dies noch solte addiret werden. Von den gegebenen 4 Zahlen ist demnach die Summ 2774156. Diese Operation kan ferner in nachfolgenden Exempeln angewandt werden.

987654321	123456789
98765432	234567891
9876543	345678912
987654	456789123
98765	567891234
9876	678912345
987	789123456
98	891234567
9	912345678
1097393685	4999999995

In diesen Exempeln haben wir dasjenige was noch bey Addirung der folgenden Reihe muß hinzugethan werden, nicht mit Puncten bemercket, weilen man sich angewöhnen muß diese Puncten in dem Gedächtnuß zu behalten. Nachfolgende Exempel sind deswegen hinzugesetzet worden, damit man sehe was für Fragen durch die Addition können aufgelöset werden.

Exempel der Addition.

I. Bey Zerstörung der Stadt Troja meldet die Historie, daß von den Griechen 880000 Mann, von den Trojanern aber 686000 Mann umgekommen: nun ist die Frage wieviel Menschen in allem dabey ihr Leben eingebüsset?

Antw. die Anzahl aller umgekommenen wird gefunden durch die Addition, wenn man die Todten sowohl der Griechen als der Trojaner in eine Summ bringt wie folget.

880000
686000
Summa: 1566000 die Anzahl aller Todten.

II. Vier Personen sind mir schuldig zu bezahlen: der erste 6952 Rubl. der zweyte 8346 Rubl. der dritte 6259 Rubl. der vierte 5490 R. Nun wollte ich gerne wissen, wieviel ich in allem von diesen 4 Personen zu forderen hatte.

Antw.

Antw. so viel als diese vier Zahlen in einer Summ zusammen ausmachen; diese verlangte Summ wird demnach durch die Addition gefunden wie folget.

6952
8346
6259
5490

Summa: 27047 Rubl. so viel ich von allen vier̃ zu forderen habe.

III. Die heilige Schrifft bezeuget, daß Mathusalem, als er den Lamech gezeuget alt war 187 Jahre: und nach dieser Zeit noch gelebt habe 782 Jahre. Woraus man das gantze Alter des Mathusalems zu wissen verlangt.

Antw. Mathusalem hat so viel Jahre gelebt als die zwey Zahlen 187 und 782 in einer Summ zusammen ausmachen; wird also gefunden wie folget;

187
782

Summa: 969 Jahre ist das gantze Alter Mathusalems.

IV. A. Gellius gedencket, daß der Poet Homerus 160 Jahre vor Erbauung der Stadt Rom gelebet. Nun ist Rom 752 Jahre vor Christi Geburt gebauet worden; und von Christi Geburt bis jetzt sind verflossen

1737

1737 Jahre. Nun wird gefraget vor wieviel Jahren der Poet Homerus gelebt?

Antw. von des Homeri Zeiten bis auf jetzo sind verflossen 160 und 752 und 1737 Jahre, welche drey Zahlen zusammen machen wie folget.

160
752
1737
Summa; 2649 Jahre; und vor so viel Jahren hat allso der Poet Homerus gelebet.

Cap. III.

Von der Subtraction als der zweyten Arithmetischen Operation.

I

In der Subtraction werden solche Regeln gegeben, vermittelst welcher man von einer gegebenen Zahl, eine andere gegebene Zahl abziehen, und die Zahl welche übrig bleibet anzeigen kan. Diese Zahl nun welche übrig bleibet, wenn von den gegebenen Zahlen eine von der anderen abgezogen wird, pfleget der Rest genennet zu werden.

Gleichwie in der Addition gelehret wird, wie man

man zu einer gegebenen Zahl eine andere oder mehr gegebene Zahlen hinzuſetzen ſoll: allſo wird in der Subtraction gelehret, wie man von einer gegebenen Zahl eine andere gegebene Zahl abziehen oder ſubtrahiren ſoll. Durch die Addition wird allſo eine gegebene Zahl vermehret, indem zu derſelben noch eine oder mehr Zahlen hinzugeſetzet werden: durch die Subtraction aber wird eine gegebene Zahl vermindert, indem von derſelben eine andere Zahl weggenommen oder abgezogen wird. Weilen demnach die Addition eine Zahl vermehret, die Subtraction aber vermindert, ſo ſind dieſe zwey Operationen einander entgegen geſetzet. Und da in der Vermehrung und Verminderung alle Veränderungen der Zahlen beſtehen; ſo können dieſe zwey Operationen nehmlich die Addition und Subtraction als die zwey Haupt-Operationen, welche bey den Zahlen ſtatt finden, gehalten werden: wie denn auch im folgenden wird gezeiget werden, wie die übrigen Operationen aus dieſen zweyen entſpringen und in denſelben ihren Grund haben. Was nun die Subtraction an und für ſich ſelbſt betrifft, ſo wird durch dieſelbe eine Zahl gefunden, welche übrig bleibt, wenn man von einer gegebenen Zahl eine andere Zahl wegnimmt oder abziehet. Da aber zu deutlicher Erkänntniß einer Zahl erfordert wird, daß man wiſſe, wie dieſelbe aus Unitæten, Decadibus, Centenariis und den folgenden Sorten zuſammengeſetzet ſey; ſo müſſen zu Bewerckſtelli-

gung

gung der Subtraction solche Regeln gegeben werden, durch derer Hülffe die gesuchte Zahl nehmlich der Rest in Unitæten, Decadibus, Centenariis und so fort gefunden wird; damit dieselbe sogleich geschrieben und nach der gewöhnlichen Art ausgesprochen werden kan. Zu desto grösserer Bequemlichkeit aber müssen die Regeln so beschaffen seyn, daß sie gleich die Unitæten, Decades, Centenarios und so fort geben, aus welchen der Rest bestehet; und derselbe also gleich, wie die Summ in der Addition könte hingeschrieben werden.

2) **Diejenige Zahl, welche von der anderen abgezogen wird, muß kleiner seyn, als die andere, von welcher sie abgezogen wird. Es wird demnach in der Subtraction von der grösseren Zahl die kleinere abgezogen und der Rest oder dasjenige was überbleibt gefunden; welcher von dieser Eigenschaft seyn wird, daß wenn man zu demselben die kleinere Zahl addiret, die grössere Zahl heraus gebracht wird.**

Wenn eine Zahl von der anderen muß weggenommen werden, so muß dieselbe nothwendig kleiner seyn; weilen man nicht mehr wegnehmen kan, als würcklich vorhanden ist. Wenn nehmlich in einem Sacke eine gewisse Anzahl Rubeln befindlich, so kan man nicht mehr daraus nehmen, als darinnen ist; eben so viel aber, oder weniger kan wohl daraus genommen werden. Die Subtraction lehret also, wie man finden soll, wieviel Rubeln

bein in dem Sacke noch übrig bleiben, wenn aus demselben eine gewisse Summ ausgezehlet worden. Hieraus ist nun klar daß wenn so viel heraus genommen wird, als darinn ist, nichts im Sacke zurück bleiben werde; wird aber weniger daraus genommen, so muß im Sacke noch etwas zurückbleiben, welches der Rest genennet wird. Woraus auch zugleich erhellet, daß dasjenige was im Sacke zurückbleibt und dasjenige, welches ist herausgenommen worden, zusammen wieder eben so viel ausmacht, als anfangs in dem Sacke vorhanden gewesen. Das ist also; der Rest und die kleinere Zahl zusammen genommen, machen die grössere Zahl. Wenn also zwey Zahlen gegeben sind, so lehret die Subtraction wie man eine Zahl finden soll, welche mit der kleineren Zahl zusammen die grössere ausmache. Man sieht aus diesem zugleich, daß wenn man den gefundenen Rest von der grösseren Zahl abziehen solte, die kleinere Zahl übrig bleiben müste. Als wenn man von der grösseren Zahl 9 die kleinere 5 abziehet, so ist der Rest 4; und dieser Rest hat diese Eigenschaft, daß derselbe nehmlich 4 und die kleinere Zahl 5 zusammen die grössere Zahl 9 ausmachen. Inglejchem wenn man den gefundenen Rest 4 von der grösseren Zahl 9 abziehet, so bleibet 5 nehmlich die kleinere Zahl über. Ferner folget hieraus, daß, wenn man von der Summ zweyer Zahlen, welche durch die Addition ist gefunden worden, die eine derselben Zahlen abzie-

het, die andere Zahl nothwendig übrig bleiben müsse. Und hierinn sind diejenigen Proben gegründet, dadurch man zu untersuchen pflegt, ob ein Exempel so wohl von der Addition als Subtraction recht gerechnet worden. Welches unten mit mehrerem ausgeführet werden soll.

3) Um eine Zahl von der anderen abzuziehen oder zu subtrahiren wird erfordert, daß man erstlich wisse die Unitæten von den Unitæten; die Decades von den Decadibus; die Centenarios von den Centenariis und so fort zu subtrahiren. Und da niemahls mehr als 9 Stücke von einer Gattung vorkommen, daß man, wenn es die Noth erfordert, wisse ein Stück von einer höheren Sorte in geringere Sorten zu verwandeln, ohne daß dadurch die ganze Zahl verändert werde.

Wir setzen voraus, daß diejenigen Zahlen davon eine von der anderen abgezogen werden soll, auf die gewöhnliche Art durch Unitæten Decades, Centenarios und so fort gegeben sind. Wenn man derohalben die Unitæten der kleineren Zahl von den Unitæten der grösseren Zahl abziehet, gleichergestalt auch die Decades von den Decadibus, die Centenarios von den Centenariis und so fort; so ist klar daß diese übergebliebenen Unitæten, Decades, Centenarii und so fort zusammen den gesuchten Rest ausmachen müssen. Diese Operation nun ins Werck zurichten, so ist nöthig, daß man wisse die Unitæten von den Unitæten

ten, die Decades von den Decadibus und so
rt zu ſubtrahiren; welches deswegen zu erlernen
hr leicht iſt, weilen niemahls mehr als 9 Stü-
ke von einer Gattung vorkommen. Obgleich
ber diejenige Zahl, von welcher die andere ſub-
rahiret werden ſoll, allezeit gröſſer ſeyn muß; ſo
an es doch geſchehen, daß in der gröſſeren Zahl
weniger Stücke von Unitæten, oder Decadibus
oder von einer anderen Sorten vorhanden ſind,
als in der kleineren Zahl; in welchem Fall alſo
diejenige Sorte der kleineren Zahl von eben der
Sorte der gröſſeren Zahl nicht abgezogen werden
kan. Dieſer Schwierigkeit nun abzuhelffen, muß
von der nächſtfolgenden höheren Sorte der gröſſe-
ren Zahl ein Stück weggenommen und zu der klei-
neren Sorte, derer es 10 Stücke ausmachet,
geſchlagen werden; auf dieſe Art bekommt man
alſo 10 Stücke mehr von derſelben Sorte der
gröſſeren Zahl als vorher vorhanden waren; von
welcher Anzahl folglich allezeit eben dieſelbe
Sorte der kleineren Zahl kan abgezogen werden,
weilen in derſelben nirgend mehr als 9 Stücke von
einer Sorte vorkommen.

4) **Es iſt alſo vor allen Dingen nöthig,**
daß man lerne eine jegliche einfache Zahl von
anderen Zahlen, welche nicht über 9 gröſſer
ſind als dieſelbe, abziehen. Dieſes iſt zwar
an ſich ſelbſt leicht und kan von einem jeden im Kopfe gethan werden; jedoch kan
man ſich hiebey einer Tabelle bedienen, wel-
che hier beygefüget wird.

In dem die Subtraction auf obbeschriebene Art vorgenommen und bey jeder Sorte insbesondere verrichtet wird, so ist die Anzahl der Stücke von jeglicher Sorte der grösseren Zahl entweder kleiner, als die Anzahl der Stücke von eben der Sorte in der kleineren Zahl oder nicht. Im letzteren Fall muß allso nur eine einfache Zahl von einer einfachen Zahl abgezogen werden. Im ersteren Fall aber wird die Anzahl der Stücke der grösseren Zahl um 10 vermehret, indem ein Stücke von der folgenden Sorte weggenommen wird, welches 10 Stücke von der kleineren Sorte betrifft. In diesem Fall muß demnach eine einfache Zahl von einer anderen, welche zwar grösser ist als 9, aber doch kleiner als 20 abgezogen werden. Man hat allso nicht mehr nöthig, als die nachfolgende Tabelle zu erlernen, aus welcher man sieht, wie viel übrig bleibt, wenn man eine einfache Zahl von einer einfachen oder auch von einer, so kleiner ist als 20 abzieht.

1	von	1	bleibt	0	2	von	2	bleibt	0
1	=	2	=	1	2	=	3	=	1
1	=	3	=	2	2	=	4	=	2
1	=	4	=	3	2	=	5	=	3
1	=	5	=	4	2	=	6	=	4
1	=	6	=	5	2	=	7	=	5
1	=	7	=	6	2	=	8	=	6
1	=	8	=	7	2	=	9	=	7
1	=	9	=	8	2	=	10	=	8
1	=	10	=	9	2	=	11	=	9

3	von	3	bleibt	0	6	von	6	bleibt	0
3	≠	4	≠	1	6	≠	7	≠	1
3	≠	5	≠	2	6	≠	8	≠	2
3	≠	6	≠	3	6	≠	9	≠	3
3	≠	7	≠	4	6	≠	10	≠	4
3	≠	8	≠	5	6	≠	11	≠	5
3	≠	9	≠	6	6	≠	12	≠	6
3	≠	10	≠	7	6	≠	13	≠	7
3	≠	11	≠	8	6	≠	14	≠	8
3	≠	12	≠	9	6	≠	15	≠	9
4	von	4	bleibt	0	7	von	7	bleibt	0
4	≠	5	≠	1	7	≠	8	≠	1
4	≠	6	≠	2	7	≠	9	≠	2
4	≠	7	≠	3	7	≠	10	≠	3
4	≠	8	≠	4	7	≠	11	≠	4
4	≠	9	≠	5	7	≠	12	≠	5
4	≠	10	≠	6	7	≠	13	≠	6
4	≠	11	≠	7	7	≠	14	≠	7
4	≠	12	≠	8	7	≠	15	≠	8
4	≠	13	≠	9	7	≠	16	≠	9
5	von	5	bleibt	0	8	von	8	bleibt	0
5	≠	6	≠	1	8	≠	9	≠	1
5	≠	7	≠	2	8	≠	10	≠	2
5	≠	8	≠	3	8	≠	11	≠	3
5	≠	9	≠	4	8	≠	12	≠	4
5	≠	10	≠	5	8	≠	13	≠	5
5	≠	11	≠	6	8	≠	14	≠	6
5	≠	12	≠	7	8	≠	15	≠	7
5	≠	13	≠	8	8	≠	16	≠	8
5	≠	14	≠	9	8	≠	17	≠	9

9	von	9	bleibt	0	10	von	10	bleibt	0
9	ꝛ	10	ꝛ	1	10	ꝛ	11	ꝛ	1
9	ꝛ	11	ꝛ	2	10	ꝛ	12	ꝛ	2
9	ꝛ	12	ꝛ	3	10	ꝛ	13	ꝛ	3
9	ꝛ	13	ꝛ	4	10	ꝛ	14	ꝛ	4
9	ꝛ	14	ꝛ	5	10	ꝛ	15	ꝛ	5
9	ꝛ	15	ꝛ	6	10	ꝛ	16	ꝛ	6
9	ꝛ	16	ꝛ	7	10	ꝛ	17	ꝛ	7
9	ꝛ	17	ꝛ	8	10	ꝛ	18	ꝛ	8
9	ꝛ	18	ꝛ	9	10	ꝛ	19	ꝛ	9

allhier ist derjenige Theil da o oder nichts von einer Zahl soll abgezogen werden ausgelassen, weilen dadurch keine Zahl vermindert wird, sondern unverändert bleibet. An deren Stelle aber ist die Tabelle von zehen noch hinzugefüget worden, welche zwar noch von keinem Gebrauch zu seyn scheinet: allein in folgenden werden einige Schwierigkeiten, welche sich in vorbeschriebener Art zu subtrahiren ereignen, gehoben werden, wozu auch der letzte Theil dieser Tabelle erfordert wird.

5) **Wenn eine kleinere Zahl von einer grösseren abgezogen werden soll, und die Anzahl von einer jeglichen Sorte in der kleineren Zahl kleiner ist, als die Anzahl von eben der Sorte der grösseren Zahl; so werden durch Hülffe der vorigen Tabelle die** Unitæten **von den** Unitæten, **die** Decades **von den** Decadibus, **die** Centenarii **von den** Centenariis **und so weiter abgezogen. Da denn alles was bey**

Ab-

Abziehung einer jeglichen Sorte herauskommet, zusammen den gesuchten Rest ausmacht.

Der Grund hievon ist schon im vorigen ausgeführet worden, denn wenn alle Theile, daraus die zwey Zahlen bestehen, von einander abgezogen werden, so machen alle Reste zusammen eben so viel aus, als wenn ein gantzes von dem andern abgezogen wurde. Wenn aber auf diese Art die Subtraction geschieht, so bekommt auch der gesuchte Rest gleich die gewöhnliche Form, welche zur Erkäntnüß und Aussprechung der Zahlen angenommen ist. Als wenn von dieser Zahl 56897 diese 21506 soll abgezogen werden, so nehme man erstlich die 6 Unitæten der kleineren Zahl von den 7 Unitæten der grösseren, so bleibet für den Rest 1 Unitæt. Zweytens weil in der kleineren Zahl keine Decas vorhanden, welche von den 9 Decaden der grösseren Zahl soll abgezogen werden, so bleiben auch alle 9 übrig im Rest. Drittens 5 Centenarii von 8 Centenariis abgezogen, lassen 3 Centenarios übrig. Viertens 1 Millenarius von 6 Millenariis weggenommen, bleiben 5 übrig: Und endlich fünftens 2 Decades millenariorum von 5 dergleichen abgezogen, lassen 3 zurück. Der Rest demnach, welcher nach Abzug der Zahl 21506 von der Zahl 56897 übrig bleibet, ist 3 Decades millenariorum 5 Millenarii, 3 Centenarii, 9 Decades und 1 Unitas: Das ist 35391. Es hätten allso gleich diese gefundenen Reste in einer Linie von der rech-

ten nach der lincken Hand geschrieben werden können da dann so fort diese Zahl 35391 würde herausgekommen seyn. Zu mehrerer Leichtigkeit pflegen deswegen die gegebenen Zahlen wie in der Addition unter einander geschrieben, und mit einer Linie unterzogen zu werden, unter welche die Reste von einer jeglichen Sorte in der Ordnung geschrieben werden wie folget.

56897
21391
35506

Die Operation aber wird auf folgende Weise verrichtet. 6 von 7 bleibt 1, so unter die Linie unter die Unitæten geschrieben wird. Ferner nichts von 9 bleiben 9, welche unter die Linie auf die zweyte Stelle gesetzet werden. Drittens auf gleiche Weise 5 von 8 bleiben 3. Viertens 1 von 6 bleiben 5 und fünftens 2 von 5 bleiben drey. Nachdem nun dieses zu ende gebracht, so wird sich der wahre Rest unter der Linie befinden.

6) Wenn aber die Anzahl der Stücke von einer Sorte in der unteren oder kleineren Zahl, gröſſer als die Anzahl von eben der Sorte in der gröſſeren Zahl; und also die Subtraction auf beschriebene Art nicht geschehen kan: so muß ein Stück von der folgenden gröſſeren Sorte der gröſſeren Zahl weggenommen, und zu der vorhergehenden Sorte, dergleichen es 10 Stücke ausmacht, hinzugethan werden; da

dann

kann die Subtraction von ſtatten gehen wird. In der folgenden Subtraction aber iſt wohl zu mercken, daß die obere Zahl um 1 iſt vermindert worden.

Gleichwie in der Addition, wenn mehr als 9 Stücke von einer Sorte vorgekommen, von denſelben je zehen genommen und darfür eintzele Stücke zu der folgenden Sorte geſetzet worden: alſo geſchiehet es auch, aber umgekehret, in der Subtraction, daß wenn von einer Sorte nicht genug Stücke vorhanden ſind, daß die untere Zahl davon abgezogen werden könnte, ſo wird ein Stück von der folgenden Sorte genommen, welches 10 in der vorigen betrifft und dieſe zehen noch hinzugeſetzt. Denn wenn von einer Zahl ein Centenarius zum Exempel weggenommen, hingegen aber wiederum 10 Decades hinzugeſetzet werden, ſo bleibt die Gröſſe der Zahl unverändert. Eine ſolche Verwechſelung kan demnach ſicher gebraucht werden zu Beförderung der Subtraction. Als wenn zum Exempel dieſe Zahl 5789 ſoll abgezogen werden von dieſer 7364, und dieſelben wie gelehret unter einander geſchrieben worden, als folget:

7.3.6.4
5 7 8 9
der Reſt 1 5 7 5

ſo ſollten erſtlich die 9 Unitæten der unteren Zahl von den 4 Unitæten der oberen Zahl abgezogen werden, welches aber nicht geſchehen kan. De-

rowegen wird von der folgenden Sorte der oberen Zahl nehmlich den 6 Decadibus eine Decas weggenommen oder gelehnet, und zu den 4 Unitæten geschlagen, welches also zusammen 14 Unitæten ausmacht. Nun können also von diesen 14 Unitæten die 9 Unitæten abgezogen werden, und bleiben 5 über, welche folglich unter die Linie geschrieben werden. Wobey aber zu mercken ist, daß anjetzo in der oberen Zahl nicht mehr 6, sondern nur 5 Decades vorhanden, indem eine davon weggenommen worden; welche Verminderung derowegen mit einem Punct angedeutet wird. Hierauf sollten demnach 8 Decades von 5 Decadibus abgezogen werden, welches weil es gleichfals nicht angeht, so wird von den 3 Centenariis ein Stück weggenommen, so daß nur noch 2 zurückbleiben, welches durch das da zugesetzte Punct angedeutet wird. Dieser Centenarius macht nun 10 Decades, welche mit den 5 schon vorhandenen 15 Decades ausmachen. Von diesen 15 werden nun die 8 Decades der unteren Zahl abgezogen und bleiben 7 über, welche unter die Linie in die Stelle der Decaden gesetzet werden. Ferner haben wir 7 Centenarios von 2 Centenariis abzuziehen, weswegen gleichergestalt von den 7 Millenariis ein Stück genommen und zu den 2 Centenariis geschlagen wird, so daß 12 Centenarii herauskommen. Von diesen ziehet man nun die 7 Centenarios ab, so bleiben 5 über, so unter die Linie in die dritte Stelle gesetzet

ſet werden. Endlich werden die 5 Millenarii von den 6 oberen abgezogen, und der eine ſo überbleibet unter die Linie geſchrieben, womit die gantze Operation geendigt iſt, und hat alſo dieſen Reſt gefunden 1575. Wir haben hier bey einer jeden Operation den Grund und das Fundament derſelben beygeſetzet, weswegen die gantze Operation ziemlich weitleiffig ſcheinet, allein wenn die bloſſe Operation beſchrieben wird, ſo wird dieſelbe gantz kurtz. Alſo kan man bey eben dieſem Exempel auf folgende Weiſe den geſuchten Reſt gleich finden, wenn man ſagt 9 von 4 kan man nicht, deswegen 9 von 14 bleiben 5, und ſetzt ein Punct zu 6. Ferner 8 von 5 kan man nicht, alſo 8 von 15 bleiben 7, und ſetzt ein Punct zu 3. Drittens 7 von 2 kan man nicht, alſo 7 von 12 bleiben 5, und ſetzt ein Punct zu 7. Endlich 5 von 6 bleiben 1. Auf dieſe Art aber die Subtraction anzuſtellen fällt öffters ſehr beſchwehrlich, wenn in den Stellen der oberen Zahl, davon ein Stück weggenommen werden ſoll, eine o ſtehet, und alſo nichts vorhanden iſt. Derowegen wollen wir im folgenden eine andere Art anzeigen, welche dieſer Schwierigkeit nicht unterworffen iſt. Damit man aber dieſe Schwierigkeit beſſer einſehe, wollen wir davon ein Exempel beyſetzen. Als von 1205 ſollen 827 abgezogen werden, welche demnach wie gelehrt worden, alſo geſchrieben werden:

12,05
827
Rest. 378

Nun sollen erstlich 7 Unitæten von 5 abgezogen werden, welches weilen es nicht geschehen kan, sollte von den Decaden der oberen Zahl ein Stück weggenommen, und zu den 5 Unitæten gesetzet werden. Allein hier ist keine Decas in der oberen Zahl vorhanden, und kan allso die angegebene Regel nicht gebraucht werden. Um demnach abziehen zukönnen, muß von der zweyten folgenden Sorte nehmlich den Centenariis ein Stück weggenommen werden, und wenn auch von solchen nichts vorhanden wäre, müste so gar von den Millenariis ein Stück genommen werden. In diesem Exempel aber haben wir 2 Centenarios davon ein Stück genommen, welches durch das hinzugesetzte Punct angedeutet wird, macht 10 Decades. Da wir nun Decades haben, so können wir davon ein Stück nehmen, und zu den Unitæten schlagen; da dann noch 9 Decaden zurück bleiben, welche man sich anstatt der 0 auf der zweyten Stelle der oberen Zahl einbilden muß. Auf diese Weise haben wir nun 15 Unitæten, davon die 7 weggenommen bleiben 8 Unitæten über, so in den Rest auf die Stelle der Unitæten gesetzet werden. Wegen dieser Operation haben wir nun 2 Decades nicht von 0, sondern von 9 Decadibus abzuziehen, bleiben allso 7 übrig, so unter die Linie auf die zweite Stelle geschrieben werden.

Drit-

Drittens sind 8 Centenarii von einem Centenario abzuziehen, welches, weilen es nicht geschehen kan, wird der eine Millenarius gleich dazu gethan, daß man 11 Centenarios bekommt, davon so die 8 Centenarii abgezogen werden, 3 zurück bleiben, und folglich dieser Rest 378 herauskommt. Aus diesem Exempel sieht man nun deutlich, daß die obgegebene Regel nicht völlig hinlänglich sey, sondern öffters einen Zusatz vonnöthen haben, wodurch in den Figuren der oberen Zahl, grosse Veränderungen entspringen. Diesem soll allso durch die nachfolgende Regel abgeholffen werden.

7.) **Wenn, wie vorher gesetzet worden, die Anzahl der Stücke von einer Sorte in der unteren oder kleineren Zahl grösser ist, als die Anzahl der Stücke von eben der Sorte in der oberen Zahl, so müssen zu diesen Stücken der oberen Zahl noch 10 Stücke im Sinn hinzugesetzet werden, da denn die Subtraction wird geschehen können. So aber dieses geschieht, so muß die Anzahl der Stücke von der folgenden Sorte in der unteren Zahl um ein Stück vermehrer werden, welches mit einem Punct so man hinzusetzt, angedeutet wird, und in der folgenden Subtraction bemercket werden muß.**

Diese Regel entspringt aus der vorhergehenden hat aber vor derselben diesen Vortheil voraus, daß man allezeit die folgende untere Zahl

um

um ein Stück vermehren kan, dieselbe mag eine Ziffer seyn oder nicht. Nach der vorhergehenden Regel aber muste in solchem Fall, wenn eine Figur in der oberen Zahl ist um 10 vermehret worden, die folgende Figur der oberen Zahl um 1 Stück vermindert werden, welches nicht angeht, wenn dieselbe eine Ziffer oder 0 ist. Der Grund aber dieser jetztgegebenen Regel beruhet auf folgendem Satz. Wenn eine Zahl von einer anderen abgezogen werden soll, so kommt eben der Rest heraus, wenn gleich eine jede Zahl um ein Stück vermehret wird. Als 5 von 8 bleiben 3; eben dieser Rest kommt aber auch heraus, wenn die beyden Zahlen 5 und 8 um eines vermehret werden, und 6 von 9 abgezogen wird. Also wenn ich soll 2 von 7 abziehen, so irre ich nicht, wenn ich 3 von 8 abziehe, denn ich bekommen den wahren Rest, nehmlich 5. Die Wahrheit dieses Satzes ist nicht nöthig mit mehr Beweisstümmeren darzuthun; sondern einjeder wird durch weniges Nachdencken dieselbe bald einsehen. Lasset uns nun ein Exempel, so nach der ersteren Regel ist berechnet worden, davon wir den Grund schon dargethan, vor die Hand nehmen, und uns dabey dieses jetztgegebenen Grundsatzes bedienen. Nehmlich es sollen 38 von 82 abgezogen werden, welche Zahlen also wie folgt zu stehen kommen.

8 2
3 8

der Rest 4 4 Ich

Ich sage nehmlich 8 Unitæten von 2 Unitæten können nicht abgezogen werden; nehme derohalben eine Decadem von den 8 Decaden weg, welche 10 Unitæten ausmacht, diese setze ich zu den 2 Unitæten und bekomme also 12, davon kan ich 8 wegnehmen und bleiben 4 Unitæten übrig, so ich unter die Linie setze. Ferner muß ich 3 Decades nur von 7 Decaden abziehen, weilen von 8 schon eine Decas ist weggenommen, und zu den Unitæten geschlagen worden. Wenn ich aber Kraft des gegebenen Grundsatzes diese beyden Zahlen 3 und 7 um eines vermehre, so bekomme ich für die obere Zahl wiederum 8, wie dieselbe schon würcklich da steht, anstatt der unteren Zahl 3 aber bekomme ich 4, welche von 8 abgezogen 4 zurück lassen, eben als wenn ich nach der ersten Regel 3 von 7 subtrahiret hätte. Hieraus folget, daß, wenn man eine der oberen Zahlen um 10 vermehret hat, man anstatt die folgende obere Figur um eines zu verminderen, die folgende untere Zahl um eines vermehren könne, welches mit einem hin zugesetzten Punckt angedeutet wird. Um nun die Übereinstimmung dieser Regel mit der vorhergehenden besser zu zeigen, so wollen wir die beyden dort gegebenen Exempel auch auf diese Art allhier ausrechnen.

	7	3	6	4
	5.	7.	8.	9
Rest.	1	5	7	5

Als da 9 von 4 nicht können abgezogen werden, setze ich 10 zu 4, die folgende untere Figure 8 aber vermehre ich mit einem Stück, so ich durch das beygesetzte Punct andeute. Sage derohalben 9 von 14 bleiben 5, welche Zahl ich unter die Linie auf die erste Stelle setze.

Ferner sage ich wegen dem bey dem 8 stehenden Punct 9 von 6 kan ich nicht abziehen, sage deswegen 9 von 16, und setze zu der folgenden unteren Figur 7 ein Punckt, 9 aber von 16 genommen lassen 7 zurück, welche unter die Linie auf die zweyte Stelle schreibe. Drittens sage ich nicht 7, sondern wegen dem Punckt 8 von 3 kan ich nicht, also 8 von 13 bleiben 5, diese 5 kommen unter die Linie auf die dritte Stelle, zu der vierten Figur, aber der unteren Zahl nehmlich zu 5 setze ich ein Punckt. Endlich sage ich 6 von 7 bleiben 1, und schreibe also 1 unter die Linie auf die vierte Stelle. Hiemit habe also für den völligen Rest diese Zahl 1575, welche auch vorher durch die daselbst gegebene Regel ist gefunden worden. Das andere dort gegebene Exempel war folgendes.

1 2 0 5
. 8. 2. 7
Rest. 3 7 8

Hier sage also wiederum 7 von 5 kan ich nicht abziehen, setze derohalben ein Punckt zu 2 und sage 7 von 15 bleiben 8, welche Zahl unter die Linie

linie auf die erſte Stelle ſchreibe. Ferner habe ich 3 von o oder nichts abzuziehen, welches weil es nicht angeht, ſo ſetze ich ein Punckt zu dem 8 und ſage 3 von 10 bleiben 7 ſo ich unter die Linie auf die zweyte Stelle ſetze. Drittens ſind 9 von 2 abzuziehen, welches gleichfalls nicht geſchehen kan, ſollte deswegen ein Punckt zu der folgenden unteren Figur ſetzen, weil aber keine mehr vorhanden, ſo kan man ſich vorſtellen, als wenn eine o da ſtünde, und auf dieſe Stelle das Punckt ſetzen. Ich ſage alſo nach der Regel 9 von 12 bleiben 3, ſo unter die Linie auf die 3te Stelle zu ſtehen kommen. Und weil dies Punckt unter dem 1 eines bedeutet, ſo ſage ich 1 von 1 bleibt nichts oder geht auf, ſetze aber die o nicht unter Linie auf die vierte Stelle, weilen eine o, ſo zu Anfang von der lincken Hand einer Zahl ſteht keine Bedeutung hat. Man kan aber auch bey der dritten Subtraction, da oben würcklich 12 ſtehet, gleich 9 von den 12 abziehen; da dann die gantze Operation ein Ende hat, dadurch man dieſen Reſt gefunden 378, welcher auch auf die vorhergegebene Art iſt heraus gebracht worden. Man ſieht aber leicht, daß in dieſem Exempel die Operation auf dieſe Art weit bequemer fällt, als auf die vorhergehende Art. Wir wollen aber noch ein Exempel beyfügen, ſo nach der vorhergehenden Art vielmehr Mühe koſten würde.

2 3 0 0 1 0 4
. 6. 7. 8 0. 9. 5
Reſt. 1 6 2 2 0 0 9

Num

Nun sage ich 5 von 4 kan ich nicht, setze also ein Punckt zu der folgenden unteren Figur 9, wodurch dieselbe in 10 verwandelt wird, und sage 5 von 14 bleiben 9, so unter die Linie auf die erste Stelle kommen. Zweytens sage ich 10 von 0 oder nichts kan ich nicht, setze also ein Punckt zu der folgenden Figur nehmlich dem 0, und sage 10 von 10 geht auf oder bleibt 0 so in dem Rest auf die zweyte Stelle zu stehen kommt. Drittens sage ich wegen dem Punckt 1 von 1 geht auf und setze also auch in den Rest auf die dritte Stelle 0. Viertens sage 8 von 0 kan ich nicht, und setze deswegen zu dem 7 ein Punct; und sage 8 von 10 bleiben 2, so ich unter die Linie schreibe. Fünftens habe ich wieder 8 von 0, setze allso ein Punct zu 6 und sage 8 von 10 bleiben 2, so ich unter die Linie schreibe. Sechstens sage ich 7 von 3 kan ich nicht, setze allso ein Punct auf die folgende Stelle der unteren Zahl, obgleich keine Figur mehr vorhanden und bilde mir ein, als wenn dort eine 0 stünde; sage demnach 7 von 13 bleiben 6, welche Zahl ich unter die Linie schreibe. Endlich hat man 1 von 2 abzuziehen und bleibet 1 welches im Rest auf die folgende Stelle gesetzet wird. Der gesuchte Rest ist folglich diese Zahl 1622009.

8.) **Wenn eine kleinere Zahl von einer grösseren abgezogen werden soll, so schreibe man die kleinere so unter die grössere, daß die Unitæten unter die Unitæten, die Decaden**

unter die Decaden, und so fort zu stehen kommen. Ferner ziehe man unter dieselben eine Linie, unter welche der gesuchte Rest auf folgende Art geschrieben werden soll. Man fange die Operation bey den Unitæten zur rechten Hand an, und ziehe die Unitæten von den Unitæten, ferner die Decaden von den Decaden und so fort, die übrigen Sorten von einander ab, wenn die Anzahl einer jeglichen Sorte in der oberen Zahl grösser ist, als in der unteren. Ist aber irgendwo die Anzahl von einer Sorte in der unteren Zahl grösser, als in der oberen, so vermehre man nach der vorhergegebenen Regel die obere Zahl mit 10, da denn die Subtraction bewerckstelliget werden kan. In solchem Fall aber muß die folgende Figur zur lincken Hand der unteren Zahl mit einem Stück, so durch ein Punct angedeutet wird, vermehret werden. Auf solche Art stelle man also die Subtraction bey einer jeglichen Sorte an, und setze einen jeglichen Rest auf seine gehörige Stelle unter die Linie. Da man denn nach Endigung der ganzen Operation den völligen gesuchten Rest unter der Linie finden wird.

Die beyden Zahlen werden deswegen auf gemeldte Art unter einander geschrieben, damit die Zahlen von gleichen Sorten als Unitæten, Decaden und sofort unter einander zu stehen kom-

men und allso füglicher gegen einander betrachtet werden können. Die grössere Zahl wird aber deswegen jederzeit oben geschrieben, auf daß man sich, wenn man das einmahl bemercket, in der Subtraction nicht irren möchte. Wenn eine jegliche Figur der oberen Zahl grösser wäre, als die darunter stehende, so könnte man die Operation nach Belieben, sowohl von der rechten als lincken Hand anfangen, und wurde auch immer einerley Rest bekommen. Allein da, wenn eine Figur in der unteren Zahl grösser ist, als die obstehende, die nach der lincken Hand folgende Figur in der unteren Zahl um ein Stück vermehret und allso verändert werden muß, so muß in solchem Fall die Operation von der rechten Hand angefangen und nach der lincken fortgesetzet werden. Was nun bey Subtrahirung einer jeglichen Sorte überbleibt, wird unter die Linie unter eben diese Sorte gesetzet, damit eine jegliche in der Subtraction gefundene Zahl auf ihre gehörige Stelle zu stehen komme. Wo eine Figur der unteren Zahl der obstehenden gleich ist und allso nichts überbleibt, wird eine Ziffer o unter die Linie an diese Stelle geschrieben, woferne solches nicht zu Ende der Operation geschieht. Denn in solchem Falle wäre es unnöthig die o zu schreiben, weilen die o von der lincken Hand anfangs nichts bedeuten, und auch auf die Bedeutung der folgenden Zahlen keinen Einfluß haben. Die gantze Operation wird aber am füglichsten durch einige

Exem-

Exempel erläutert werden. Als von 273024 soll abgezogen werden 65372, welche demnach auf folgende Art geschrieben werden.

	273024
	65372
Restirt.	207652

Hierauf sagt man 2 von 4, bleiben 2 so unter die Linie geschrieben werden. Ferner 7 von 2 kan man nicht, setzt deswegen zum folgenden 3 ein Punct und sagt 7 von 12 bleiben 5. Drittens 4 von 0 kan man nicht, setzt deswegen zum folgenden 5 ein Punct und sagt 4 von 10 bleiben 6. Viertens 6 von 3 kan man nicht, setzt allso ein Punct zu der folgenden Figur 6 und sagt 6 von 13 bleiben 7. Fünftens sagt man 7 von 7 geht auf, schreibet allso eine 0 unter die Linie. Endlich da unter dem letzten 2 der oberen Zahl nichts steht, heißt es nichts von 2 bleiben 2, so unter die Linie auf die letzte Stelle nach der linken Hand kommt. Weswegen allso der gesuchte Rest gefunden wird 207652. Gleichergestalt werden auch folgende Exempel ausgerechnet.

	2 5 9 3 2 0 8 2 6 7 9 4 2 1 6 8
	. 7 0.9.6. 3 5.4. 8 2 3.7 0.6 3.9
	1 8 8 3 5 7 2 7 8 5 5 7 1 5 2 9
Item	3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
	. 8.7.6.5.4.3. 2.1. 0.9.8.7. 6.5.4.3
	2 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 7

Dergleichen Exempel kan sich nun ein jeder so viel aufsetzen und ausrechnen als er zur Ubung und zu Erlangung der gehörigen Fertigkeit von nöthen hat. Damit man aber auch wisse in was für Fällen die Subtraction zu statten komme, und was für in dem gemeinen Leben vorfallende Fragen durch Hülfe der Subtraction können aufgelöset werden, so wollen wir dergleichen etliche Fragen beyfügen.

Exempel der Subtraction.

I. In dem Jahr als man zehlte 1734 stund im Calender, daß das Schieß-Pulver 354 Jahr vorher erfunden worden sey. Nun ist die Frage, in welchem Jahr nach Christi Geburt das Pulver sey erfunden worden.

Antw. Diese Jahr-Zahl wird gefunden wenn man von der Zahl des damals lauffenden Jahrs 1734 die Zahl 354 abzieht. Diese Frage gehört demnach zur Subtraction dadurch man findet, daß das Pulver im Jahr 1380 erfunden worden sey.

II. Einer muß von einer Erbschaft von 3672 Rubl. so ihm zugefallen die Summ von 2837 Rubl. wegen Schulden auszahlen. Nun ist die Frage wieviel Rubl. ihm noch von dieser Erbschaft zurück bleiben.

Antw. Weilen er von 3672 Rubl. 2837 Rubl. auszahlt, so müssen 2837 Rubl. von 3672 Rubl. abgezogen werden, was übrig bleibt gibt die Anzahl der Rubl. so ihm noch

zurück

zurück bleiben. Weswegen er alſo noch behält 835 Rubl.

III. Ein Kauffmann iſt ſeinen Creditoren ſchuldig 26209 Rubl. bezahlet an dieſe Schuld 17536 Rubl. Nun fragts ſich wieviel er nachdem noch ſchuldig bleibe.

Antw. Weil hiedurch die Schuld um 17536 Rubl. vermindert wird, ſo hat man nur die Zahl 17536 von der gantzen Schuld 26209 abzuziehen, und der Reſt 8673 weißt die noch rückſtändige Schuld.

IV. Einer ſtirbt im 79ſten Jahr ſeines Alters nachdem er im Eheſtand 37 Jahre gelebet; fraget ſich alſo in welchem Alter er ſich verheurathet.

Antw. Wenn man 37 von 79 abzieht, ſo weißt der Reſt nehmlich 42 Jahr ſein Alter, da er ſich verheurathet.

9) **Letztens iſt noch zu mercken eine genaue Verwandſchaft, welche zwiſchen dieſen zweyen erſten** Operationen **nehmlich der** Addition **und** Subtraction **ſtatt findet. Denn bey der** Addition **wenn von der Summ zweyer Zahlen die eine Zahl abgezogen wird, ſo muß allzeit die andre zurück bleiben. Ferner bey der** Subtraction **wenn die kleinere Zahl zum Reſt** addiret **wird, ſo kommt die gröſſere Zahl heraus; und wenn man den Reſt von der gröſſeren Zahl** ſubtrahiret, **ſo kommt die kleinere Zahl heraus. Hieraus entſpringen**

nun Proben ſo wohl für die Addition, als die Subtraction. Denn nach dem erſten Satz kan einjedes Exempel der Addition, darinn zwey Zahlen ſind addiret worden durch die Subtraction probirt werden. Kraft des zweyten Satzes kan ein Exempel der Subtraction durch die Addition, und kraft des dritten Satzes durch die Subtraction ſelbſt probirt werden.

Daß, wenn in der Subtraction der Reſt zu der kleineren Zahl addiret wird, die gröſſere Zahl herauskomme, iſt ſchon oben N. 2 gewieſen worden. Deswegen iſt alſo die Summ des Reſts und der kleineren Zahl der gröſſeren Zahl gleich. Hieraus folget nun von ſich ſelbſt, daß wenn man von der Summ zweyer Zahlen die eine Zahl abzieht, die andere übrig bleibe; und folglich auch wenn man in der Subtraction von der gröſſeren Zahl, als der Summe des Reſts und der kleineren, den Reſt abzieht, daß die kleinere Zahl überbleiben müſſe. Wenn man zum Exempel die Zahlen 5728 und 3875 zuſammen addiret, ſo findet man dieſe Summ 9603. Von dieſer Summ wenn man alſo die Zahl 5728 abzieht, ſo bleibt die Zahl 3875 übrig. Wenn man aber 3875 abzieht von 9603, ſo bleibt die andere Zahl 5728 übrig. Wenn man ferner von der Zahl 12304 dieſe Zahl 8436 abzieht, ſo findet man dieſen Reſt 3868. Hätte man aber einen Zweyfel, ob man in der Operation nicht gefehlet hätte, ſo kan man entweder

weder die Zahlen 8436 und 3868 zusammen addiren und sehen ob 12304 herauskommt. Oder man kan 3868 von 12304 abziehen, und sehen ob die Zahl 8436 zurück bleibt: wodurch man sich von der Richtigkeit der Operation vorgewisseren kan. Und dieses sind also die Proben, derer man sich bey der Subtraction bedienen kan.

Cap. IV.

Von der Multiplication als der dritten Arithmetischen Operation.

1.

In der Multiplication wird gelehret, wie man eine Zahl finden soll, welche entweder 2 mahl oder 3 mahl oder so viel mahl als man beliebet, grösser sey, als eine gegebene Zahl. Diese Operation giebt demnach besondere Regeln an die Hand, durch derer Hülfe man eine gegebene Zahl nach Belieben vervielfältigen, und also eine Zahl finden kan, in welcher die gegebene Zahl so vielmahl enthalten ist, als man verlanget.

Der erste Begriff, den wir uns von der Arithmetic machen, leitet uns nur auf 2 Operationen, davon die eine in Vermehrung einer Zahl, die andere aber in Verminderung bestehet.

Jenes geschiehet, wenn man zu einer Zahl noch eine oder mehr Zahlen hinzusetzt, dieses aber wenn man von einer Zahl etwas hinwegnimmt: und diese Operationen sind allso die Addition und Subtraction, davon in den zweyen vorhergehenden Capiteln ist gehandelt worden. Die übrigen Operationen aber, welche gleichfals zur Arithmetic gezehlet werden, entstehen aus diesen, und geben besondere Regeln für besondere Aufgaben, durch welche dieselben weit geschwinder und leichter aufgelöset werden können, als durch die Addition oder Subtraction allein. Solchergestalt ist es mit der Multiplication beschaffen, als darinn gelehret wird, wie man eine sonderbahre Art von Fragen, welche zur Addition gehören, weit bequemer auflösen könne, als durch die blosse Addition geschehen kan. In der Multiplication wird nehmlich gelehret, wie man nur allein die Summ zweyer oder mehr Zahlen finden soll, welche einander gleich sind; da sich die Addition auf die Erfindung der Summ von zweyen oder mehr gegebenen Zahlen, so einander auch nicht gleich sind, erstrecket. Woraus erhellet, daß alle Fragen, so zur Multiplication gehören, auch durch die Regeln der Addition aufgelöset werden können, wozu aber mehr Zeit und Mühe erfordert wird, als durch die Regeln der Multiplication. Hier ist aber nur die Rede von gantzen Zahlen; indem wir von gebrochenen Zahlen erst im folgenden einen Begriff bekommen werden. Allso wenn man

fragt

fragt, wieviel drey mahl 128 ausmache, so ist dieses eine Frage, welche zur Multiplication gehöret; dieselbe kan aber auch durch die Addition aufgelöset werden, wenn man 128 drey mahl unter einander schreibt, und diese drey Zahlen zusammen addiret, wie folget:

128
128
128
384

wodurch denn gefunden wird, daß 128 dreymahl genommen 384 ausmache. Dieses Exempel kan zwar leicht durch die Regeln der Addition gerechnet werden; wenn man aber fragen sollte, wieviel 169 mahl 1204 ausmache, so müßte man die Zahl 1204 hundert und neun und sechzig Mahl unter einander schreiben, und diese 169 Zahlen zusammen addiren, da denn die Summ die verlangte Zahl geben würde. Dieses aber wurde sowohl viel Zeit als Raum erforderen. Weswegen hierzu die Regeln der Multiplication weit vortheilhafter zu gebrauchen sind.

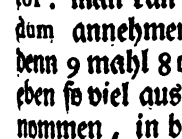
2) **Diejenige Zahl, davon die Frage ist, wieviel dieselbe etliche mahl genommen ausmache, wird der** Multiplicandus **genannt; die Zahl aber welche anzeigt, wievielmahl dieselbe genommen werden soll, wird der** Multiplicator **genannt. Da man denn auch zu sagen pflegt, daß jene Zahl durch diese** multipliciret **werden soll. Die Zahl aber welche**

durch die Multiplication gefunden wird, nennet man das Productum.

Wenn man die Multiplication auf die Addition reduciren will, so wird darinn, wie vorher gemeldet, die Summe von 2 oder mehr Zahlen gesucht, so einander gleich sind. Hier ist nun erstlich diejenige Zahl zu mercken, deren eine jegliche der Zahlen, welche zusammen sollen addiret werden, gleich ist; und diese Zahl wird nach den gewöhnlichen Worten, so zur Multiplication gebraucht werden, der Multiplicandus genannt. Ferner ist zu mercken, wie viel mahl diese Zahl soll genommen werden, oder wie groß die Anzahl der Zahlen, welche alle dieser gleich sind, und zusammen addiret werden sollen. Diese Zahl wird nun der Multiplicator genannt. Die Summ aber welche aus der Addition so vieler Zahlen, welche alle dem Multiplicando gleich sind, als der Multiplicator anzeiget herauskommt, wird das Productum genannt. Als wenn man fragt wie groß die Zahl sey, welche herauskommt, wenn man 128 drey mahl nimmt, oder wenn man fragt wie viel drey mahl 128 ausmache, so ist 128 der Multiplicandus, die Zahl 3 aber der Multiplicator und die oben gefundene Summ nehmlich 384 das Productum. Gleichergestalt wenn die Frage ist, wie viel 169 mahl 1204 ausmache, so ist 1204 der Multiplicandus, 169 der Multiplicator, und die Summ von 169 Zahlen, derer eine jede gleich ist der Zahl 1204, ist das Productum.

Der

Der Multiplicandus allso und der Multiplicator sind die zwey gegebenen Zahlen, oder sind bey jedem vorgelegten Exempel bekannt: das Productum aber ist die Zahl, welche gefunden werden soll: worzu die Multiplication die nöthigen Regeln an die Hand giebt. Hiebey ist aber zu beobachten, daß der Multiplicandus und der Multiplicator unter sich verwechselt werden können, oder daß man ohne einen Fehler zu begehen den Multiplicator an das Multiplicandi Stelle, den Multiplicandum aber an des Multiplicatoris Stelle setzen könne. Als wenn man fragt, wie viel 8 mal 9 ausmache, oder wie viel herauskomme, wenn man 9 mit 8 multipliciret, so ist zwar 9 der Multiplicandus und 8 der Multiplicator: man kan aber auch 8 für den Multiplicandum annehmen und 9 für den Multiplicator, denn 9 mahl 8 oder 8 neun mahl genommen macht eben so viel aus, als 8 mahl 9 oder 9 acht mahl genommen, in beyden Fällen kommt nehmlich 72 heraus. Diese Uebereinstimmung kan am füglichsten durch beygesetzte Figur bewiesen werden.



In dieser Figur sind in einer jeglichen Reihe von der lincken zur rechten 8 Puncten, dergleichen Reihen aber sind an der Zahl 9, weswegen die Anzahl aller Puncte ausweißt, wieviel 8 neun mahl genommen ausmacht, nehmlich 72.

Wenn

Wenn wir aber die Reihen dieſer Punckten von oben herab betrachten, ſo finden wir in jeder Reihe 9 Punckte, und nur 8 ſolche Reihen, weswegen die Anzahl aller Punckte ausweißt, wieviel 9 acht mahl genommen ausmache. Da nun in beyden Fallen die Anzahl aller Punckte einerley iſt nehmlich 72, ſo ſieht man hieraus, daß 8 neun mahl genommen eben ſo viel ausmache als 9 acht mahl genommen. Welcher Beweiß ebenfalls ſich auf alle anderen dergleichen Exempel erſtrecket, ſo daß einjeder die Wahrheit dieſes Satzes aus dieſem angeführten Exempel leicht einſehen wird. Da man nun nicht nöthig hat zwiſchen denen beyden bey einer jeglichen Multiplication gegebenen Zahlen, nehmlich dem Multiplicando und dem Multiplicatore einen Unterſchied zu betrachten, ſo pflegen auch beyde mit einerley Nahmen beleget, und Factores genennet zu werden: und aus Anleitung dieſes Nahmens wird das Productum auch das Factum genennt. Gleichergeſtalt, wenn man ſagen will, daß zum Exempel 8 neun mahl genommen werden ſoll, ſo pflegt man auch zu ſagen, daß die beyden Zahlen 8 und 9 mit einander ſollen multipliciret werden. Hieraus wird nun einjeder verſtehen, wenn man ſagt, daß die Multiplication lehre zwey gegebene Zahlen mit einander multipliciren, in dem es gleich viel iſt, welche von dieſen beyden Zahlen für den Multiplicandum oder Multiplicatorem angenommen wird.

3) Ehe aber einer die Operation, wozu die Multiplication die Regeln an die Hand gibt, würcklich anstellen kan, so wird erfordert, daß derselbe wisse alle Zahlen so kleiner sind als 10 mit einander zu multipliciren, oder von je zweyen solchen Zahlen das Productum oder Factum anzuzeigen. Welches man entweder durch die Addition finden, oder aus nachfolgender Tabelle ersehen kan. Besser aber ist es, wenn man sich diese Tabelle wohl bekannt macht und dieselbe gar auswendig lernet.

Die zwey Zahlen, welche mit einander multipliciret werden sollen, mögen so groß seyn als man will, so werden solche Regeln gegeben werden, daß man dieselben mit einander multipliciren, und das Productum finden kan, wenn man nur je zwey Zahlen, davon eine jede kleiner ist als 10 mit einander multipliciren kan. Dieses wird in der Multiplication eben so erfordert, als in der Addition ist erfordert worden, daß man wisse zwey Zahlen, so kleiner sind als 10 zusammen zu setzen oder zu addiren. Man hat aber hierinn diesen Vortheil, daß wenn man gleich nicht wissen sollte, wie viel zwey solche einfache Zahlen mit einander multipliciret ausmachen, man dasselbe durch die Addition leicht finden kan. Als wenn einer je nicht wissen sollte, wie viel 9 sieben mahl genommen ausmacht, so darf er nur 9 sieben mahl unter einander schreiben und zusammen

men addiren, da ihm dann die Summ das gesuchte Product geben wird. Diese Mühe aber einem zu benehmen, so haben wir gewöhnlicher massen diese Tabelle beygefügt, woraus man sogleich das Product, welches durch Multiplicirung zweyer einfachen Zahlen mit einander herauskommt, finden kan. Damit aber einer nicht nöthig habe eine solche Tabelle allzeit bey sich zu führen, so ist nöthig, daß einjeder, welcher im rechnen fertig zu seyn verlanget, diese Tabelle auswendig lerne, welche folget.

2	mal	2	macht	4
2	″	3	″	6
2	″	4	″	8
2	″	5	″	10
2	″	6	″	12
2	″	7	″	14
2	″	8	″	16
2	″	9	″	18
3	mal	3	macht	9
3	″	4	″	12
3	″	5	″	15
3	″	6	″	18
3	″	7	″	21
3	″	8	″	24
3	″	9	″	27
4	mal	4	macht	16
4	″	5	″	20
4	″	6	″	24
4	″	7	″	28
4	″	8	″	32
4	″	9	″	36
5	mal	5	macht	25
5	″	6	″	30
5	″	7	″	35
5	″	8	″	40
5	″	9	″	45
6	mal	6	macht	36
6	″	7	″	42
6	″	8	″	48
6	″	9	″	54
7	mal	7	macht	49
7	″	8	″	56
7	″	9	″	63
8	mal	8	macht	64
8	″	9	″	72
9	″	9	″	81

Diese

Diese Tabelle, welche zu erst von dem Pythagoras seinen Schülern soll vorgeleget werden seyn, pflegt theils die Pythagorische Tabelle, theils auch das ein mahl eins benennet zu werden. Diese letztere Benennung führet dieselbe deswegen, weilen man gemeiniglich von einmahl eins ist eins anzufangen pflegt. Da aber eine jede Zahl mit eins multipliciret oder einmahl genommen in ihrer Grösse unverändert bleibt, so haben wir die Multiplication der einfachen Zahlen mit eins nicht beygesetzet. Derowegen pflegt man zu sagen, daß eins nicht multiplicire; allso ist einmahl 2 zwey, 1 mahl 3 drey und so fort in allen Zahlen welche auch grösser sind als 9. Hiebey ist auch ferner zu mercken, daß eine jegliche Zahl mit o multipliciret nichts ausmache, weilen nichts oder o, es mag so vielmahl genommen werden, als man will, immer nichts bleibt. Dieses kan auch durch die obangebrachte Art die Multiplication durch Puncten vorzustellen erläutert werden, da die Anzahl der Puncte, so in einer Reihe stehen, den Multiplicandum vorstellet, die Anzahl der Reihen aber den Multiplicatorem: wo dann die Anzahl aller Puncten, so in allen Reihen enthalten sind, das gesuchte Product weiset. Wenn nun der Multiplicator eins ist, so ist nur eine Reihe vorhanden, und folglich das Productum so groß als der Multiplicandus selbst. Wenn aber der Multiplicator nichts ist, so muß gar keine Reihe und folglich auch kein Punct vorhanden sey, wes-

wegen alſo das Product nichts ſeyn wird. Um aber den Gebrauch der Tabelle zu weiſen, ſo iſt zu beobachten, daß, wenn man von zweyen Zahlen, die beyde kleiner ſind als 10, das Product wiſſen will, man die kleinere Zahl in der erſten Reihe von oben herab ſuche, und ſehe, wo die andere Zahl in der zweyten Reihe daneben ſtehe, da denn die Zahl in der dritten Reihe das Product weiſen wird.

4) **Wenn eine Zahl ſo groß ſie auch immer ſeyn mag, durch eine einfache Zahl, welche kleiner iſt als** 10, multipliciret **werden ſoll, ſo kan daſſelbe durch die vorhergehende Tabelle bewerckſtelliget werden, wenn man ſo wohl die Anzahl der** Unitæten **als** Decaden, **und** Centenariorum **und ſo weiter mit derſelben einfachen Zahl** multipliciret, **indem von keiner dieſer verſchiedenen Sorten mehr als 9 Stücke vorkommen können, und alle die gefundenen** Producta **zuſammen thut; welche alle zuſammen das geſuchte** Product **ausmachen.**

Aus der vorhergegebenen Tabelle kan man nicht nur finden, wieviel zum Exempel 7 mahl 8 Unitæten ausmachen, ſondern auch wieviel 7 mahl 8 Decades, oder 7 mahl 8 Centenarii, und ſo fort, 7 mahl 8 von einer jeglichen Sorte betragen. Denn da man aus derſelben Tabelle ſiehet, daß 7 mahl 8 ſechs und fünffzig machen, ſo verſtehet man von ſich ſelbſt, daß 7 mahl 8 Unitæten

täten 56 Unitæten, 7 mahl 8 Decades aber 56 Decades, und 7 mahl 8 Centenarii 56 Centenarios ausmachen, und ſofort bey allen übrigen Sorten. Derohalben kan man durch Hülfe dieſer Tabelle die Anzahl der Stücke, ſo von einer jeglichen Sorte in einer zuſammengeſetzten Zahl vorhanden ſind, mit einer jeglichen einfachen Zahl multipliciren. Wenn aber eine zuſammengeſetzte Zahl durch eine gegebene Zahl multipliciret werden ſoll, ſo wird man das geſuchte Product finden, wenn man einen jeglichen Theil, daraus dieſelbe Zahl beſtehet, mit dieſer vorgegebenen multipliciret, und alle dieſe herausgebrachten Producta zuſammen in eine Summ bringet.

Dieſes erhellet aus der Addition, als in welcher die Multiplication gegründet iſt, in welcher man um die Summ vieler Zahlen zu finden, alle beſondren Sorten oder Theile, aus welchen dieſelben Zahlen beſtehen, zuſammen thut, da denn alle Summen von allen beſonderen Sorten zuſammen die gantze Summ ausmachen. Wenn ich zum Exempel die Zahl 237 ſoll mit 4 multipliciren, und dieſes durch die Addition verrichte, indem ich die Zahl 237 vier mahl untereinander ſchreibe und dieſe 4 Zahlen zuſammen addire wie folget:

237 ſo nehme ich in der That erſtlich die 7 Uni-
237 tæten vier mahl, zweytens auch die 3 De-
237 cades vier mahl, und drittens auch die 2 Cen-
237 tenarios vier mahl, welche 3 beſonderen
948 Theile vier mahl genommen zuſammen die

gantze Zahl vier mahl genommen ausmachen nehmlich 948. Eben dieses Exempel nun durch die Multiplication auszurechnen, so hat man erstlich zu mercken, daß die gegebene Zahl 237 aus folgenden Theilen bestehe, nehmlich aus 7 Unitæten, 3 Decades und 2 Centenariis. Wenn man ferner einen jeglichen Theil mit 4 multipliciret, so wird man finden, daß 4 mahl 7 Unitæten 28 Unitæten ausmachen, 4 mahl 3 Decades aber 12 Decades, und 4 mahl 2 Centenarii 8 Centenarios. Woraus erhellet, daß die Zahl 237 vier mahl genommen ausmache 28 Unitæten, 12 Decades und 8 Centenarios: das ist 8 Unitæten, 4 Decades und 9 Centenarios oder 948, wie oben gefunden.

5) Um demnach eine gegebene Zahl mit einer Zahl, welche kleiner ist als 10 zu multipliciren, multiplicire man erstlich die Unitæten mit der einfachen Zahl, als dem Multiplicatore und wenn das Product aus mehr als 9 Unitæten bestehet, so mache man daraus so viel Decades als geschehen kan, welche in der folgenden Operation zu den Decadibus müssen gethan werden, die übrigen Unitæten aber schreibt man in das Product in die erste Stelle nach der rechten Hand. Hierauf multiplicire man die Decades mit der gegebenen Zahl und zum Product setze man diejenige Decades so in der Multiplication der Unitæten entsprungen, hinzu. Wenn nun dieses Product auch

grös-

ser ist als 9, so formire man daraus so viel Centenarios als seyn kan und schreibe die übrigen Decades auf die 2te Stelle ins Product. Gleichergestalt verfahre man in der Multiplication der folgenden Sorten, da man denn das gesuchte Product bekommen wird.

Daß ein jeder Theil oder eine jede Anzahl der Stücke einer jeglichen Sorte, daraus die Zahl so multipliciret werden soll, bestehet, mit dem Multiplicatore müsse multipliciret werden, und alle diese sonderbaren Producte zusammen das gantze gesuchte Product ausmachen, ist schon im vorhergehenden erwiesen worden. Wenn aber durch diese Multiplication mehr als 9 Stücke von einer Sorte heraus kommen, so müssen, wie in der Addition gelehret worden, vor je 10 solcher Stücke je ein Stück zu der folgenden Sorte geschlagen werden: welche demnach so lange in Sinn behalten, biß die Multiplication mit der folgenden Sorte geschehen, und dann zum Product gethan werden müssen. Diese Operation wird aber durch ein Exempel deutlicher begriffen werden. Als wenn man soll diese Zahl 3596 mit 7 multipliciren, so pflegt man dieselbe zu schreiben wie folgt.

3 5 9 6 Multiplicandus
7 Multiplicator
25172 Productum

Die Theile der gegebenen Zahl sind also 6 Unitæten, 9 Decades, 5 Centenarii und 3 Millenarii, derer ein jeder ins besondere mit 7 multipliciret werden muß, wie folget: 7 mahl 6 Unitæten macht 42 Unitæten das ist 4 Decades und 2 Unitæten, diese 2 Unitæten schreibt man unter die Linie auf die Stelle der Unitæten die 4 Decades aber behält man zur folgenden Operation der Decaden. Alsdenn sagt man 7 mahl 9 Decades macht 63 Decades, wozu die vorher herausgekommenen 4 Decades gethan macht 67 Decades das ist 6 Centenarii und 7 Decades, diese 7 Decades schreibt man ins Product auf die zweyte Stelle, die 6 Centenarios aber behält man zum Product der folgenden Operation da auch Centenarii herauskommen. Nehmlich 7 mahl 5 Centenarii machen 35 Centenarios, welche mit den 6 vorhergehenden 41 Centenarios betragen, das ist 4 Millenarios und 1 Centenarium. Dieser 1 Centenarius wird auf seine gehörige Stelle in das Product geschrieben und die 4 Millenarii zur folgenden Operation aufbehalten. Endlich sagt man 7 mahl 3 Millenarii machen 21 Millenarii dazu die vorigen 4 Millenarii hinzugethan machen 25 Millenarios das ist 5 Millenarios, so in die gehörige Stelle ins Product gesetzet werden, und 2 Decades Millenariorum welche, weilen keine Operation mehr übrig ist gleichfalls auf ihre gehörige Stelle kommen. Das ganze Product, welches gefunden worden, ist demnach dieses

dieſes 25172, welche Zahl folglich 7 mahl gröſſer iſt als die vorgegebene 3596. Wenn in der Operation, wie ſie in dieſem Exempel iſt gemacht worden, die Nahmen der Sorten ausgelaſſen werden, weilen bey einer jeglichen Sorte die Operation einerley iſt, ſo wird die gantze Operation weit kürtzer. Auf ſolche Art wollen wir derohalben folgendes Exempel ausrechnen.

5	7	2	0	3	8	4	6		Multiplicandus
							9		Multiplicator
5	1	4	8	3	4	6	1	4	Productum

In dieſem Exempel wird nehmlich eine Zahl geſucht, welche 9 mahl gröſſer ſey, als die vorgegebene Zahl 57203846; man fangt demnach die Operation von den Unitæten an und ſagt, 9 mahl 6 oder 6 mahl 9 iſt 54, davon ſchreibt man 4 unter die Linie auf die erſte Stelle zur rechten Hand in das Product, und 5 behält man im Sinn. Zweytens ſagt man 9 mahl 4 oder 4 mahl 9 iſt 36, dazu thut man die 5 macht 41, ſchreibt alſo 1 unter die Linie auf die zweyte Stelle, und behält 4 im Sinn. Drittens ſagt man 9 mahl 8 oder 8 mahl 9 iſt 72, wozu die 4 gethan macht 76, von dieſer Zahl ſchreibt man 6 unter die Linie und behält 7 im Sinn. Viertens ſagt man 3 mahl 9 iſt 27, und 7 dazu macht 34, ſchreibt man alſo 4 unter die Linie und behält 3 zur folgenden Operation. Fünftens ſagt man

9 mahl 0 ist 0, dazu die behaltenen 3 gethan macht 3, welche Zahl also unter die Linie geschrieben wird, und hat nichts nöthig im Sinn zu behalten. Sechstens sagt man 2 mahl 9 ist 18 setzt 8 ins Product und behält 1 im Sinn. Siebentens sagt man 7 mahl 9 ist 63, und 1 dazu ist 64, setzt 4 ins Product und behält 6 im Sinn. Achtens sagt man 5 mahl 9 ist 45 und die im Sinn behaltenen 6 macht 51, welche gantze Zahl, weilen die Multiplication geendigt, ins Product geschrieben wird; und auf diese Art ist das unter der Linie stehende Product gefunden worden. Auf gleiche Weise kan man nachfolgende Exempel auch ausrechnen.

3850466	7318245
2	3
7700932	21954735
12345671	90705036
4	5
49382684	453525180
10407118	89123472
6	7
62442708	623864304
52147296	567898765
8	9
417183368	5111088885

Aus

Aus welchen Exemplen genugsam zu ersehen ist, wie man eine jegliche Zahl, so groß dieselbe auch immer seyn mag, durch eine einfache Zahl multiplicieren und das Product finden soll; und ist von der gantzen Operation der Grund ausführlich erkläret worden. Nun wollen wir also fortfahren zu untersuchen, wie die Multiplication anzustellen ist, wenn der Multiplicator eine zusammengesetzte Zahl oder grösser als 9 ist.

6) **Wenn eine Zahl so groß dieselbe auch immer ist mit** 10 multipliciret **werden soll, so hat man nur nöthig zu derselben Zahl von der rechten Hand eine** 0 **hinzuzuschreiben. Soll aber eine Zahl mit** 100 multipliciret **werden, so hat man zwey Nullen nöthig hinzuzusetzen. Soll man mit** 1000 multipliciren, **so schreibt man drey Nullen hinzu; mit** 10000 **vier Nullen und so fort immer so viel Nullen als in solchen** Multiplicatoren **nach dem** 1 **stehen.**

Wenn eine Zahl mit 10 multipliciret werden soll, so muß ein jeglicher Theil derselben Zahl mit 10 multipliciret werden. Multipliciret man aber die Unitæten mit 10 so kommen so viel Decaden heraus, als vorher Unitæten da waren. Die Decaden aber werden in Centenarios, die Centenarii aber in Millenarios und so fort verwandelt. Da nun, wann zu derselben Zahl von der rechten Hand eine 0 hinzugesetzet wird, eine jegliche Sorte in die folgende, so zehen mahl grösser ist, verwandelt wird, so wird durch Hinzusetzung

einer o die gantze Zahl 10 mahl gröſſer. Alſo iſt 10 mahl 5783 ſo viel 57830. Gleichergeſtalt wenn zu einer Zahl von der rechten Hand zwey Nullen hinzugeſchrieben werden, ſo werden die Unitæten in Centenarios, die Decaden in Millenarios, die Centenarii in Decadesmillenariorum und ſo fort eine jegliche Sorte in eine andere ſo 100 mahl gröſſer iſt verwandelt. Weswegen durch Hinzuſetzung zweyer Nullen die gantze Zahl mit 100 multipliciret wird; alſo wenn 328 mit 100 multipliciret werden ſoll, ſo kommt 32800 heraus. Auf gleiche Art ſieht man, daß wenn drey Nullen an eine Zahl gehänget werden, dieſelbe 1000 mahl gröſſer wird, und ſo weiter fort. Wenn man alſo ſollte dieſe Zahl 5430 mit dieſer Zahl 1000000 multipliciren, ſo würde das Product ſeyn dieſe Zahl 5430000000. Hieraus ſieht man alſo, wie eine jegliche Zahl multipliciret werden müſſe, wenn der Multiplicator eine ſolche Zahl iſt, welche durch ein 1 mit einer gewiſſen Anzahl Nullen darhinten geſchrieben wird. Und dieſes iſt das Fundament von den Regeln der Multiplication, wenn der Multiplicator eine groſſe zuſammen geſetzte Zahl iſt, wie im folgenden weiter wird ausgeführet werden.

7) **Wenn der Multiplicator oder die Zahl damit eine vorgegebene Zahl multipliciret werden ſoll, eine einfache Zahl iſt mit einer gewiſſen daran gehängten Anzahl Nullen als 60, 300, 4000, 70000 und dergleichen ſo findet man das geſuchte Product, wenn man**

man erſtlich die vorgegebene Zahl mit der einfachen Zahl multipliciret und zu dem gefundenen Product ſo viel Nullen von der rechten Hand hinzuſetzet, als in dem Multiplicatore vorhanden ſind.

Wann der Multiplicator, damit eine Zahl multiplicirt werden ſoll, eine ſolche Zahl iſt, welche aus der Multiplication zweyer Zahlen mit einander entſprungen, ſo bekommt man das wahre Product, wann man die vorgegebene Zahl erſtlich mit einer dieſer zweyen Zahlen multiplicirt, und dann dieſer Product noch mit der anderen Zahl. Als wann ich ſoll 47 mit 6 multipliciren, weilen 6 ſo viel iſt als 2 mal 3, ſo finde ich das verlangte Product, wann ich erſtlich 47 mit 2 multiplicire, da ich dann 94 bekomme, und dann dieſe 94 noch mit 3 multiplicire, welches gibt 282; und dieſes iſt die Zahl, welche herauskommt, wann 47 mit 6 multiplicirt wird. Dann weilen 6 ſo viel iſt als 2 mal 3, ſo iſt das geſuchte Prod. & nehmlich 6 mal 47 ſo viel als 2 mal 3 mal 47 oder 3 mal 2 mal 47. Um nun zufinden, was 3 mal 2 mal 47 iſt, ſo ſucht man erſtlich, was 2 mal 47 iſt, nehmlich 94; demnegen iſt 3 mal 2 mal 47 ſo viel als 3 mal 94: und folglich 3 mal 94 ſo viel als 6 mal 47. Dieſes iſt alſo der Grund dieſes Satzes, welcher bey allen vorkommenden Exempeln von gleicher Kraft iſt. Durch Hülfe dieſes Satzes können

also viel Exempel der Multiplication ausgerechnet werden, wann gleich der Multiplicator keine einfache Zahl ist. Als wann man 127 durch 63 multipliciren wolte, so kan man, da 63 so viel ist als 7 mal 9, die Zahl 127 erstlich mit 7 multipliciren, welches macht 889. Hernach multiplicire man 889 mit 9, so bekommt man 8001, welches so viel ist als 63 mal 127. Dann 8001 ist so viel als 9 mal 889, nun aber 889 ist so viel als 7 mal 127 derohalben ist 8001 so viel als 9 mal 7 mal 127. Es ist aber 9 mal 7 so viel als 63, derowegen ist 8001 so viel als 63 mal 127, aus welchem Exempel die Wahrheit dieses Satzes noch mehr erhellet. Um aber auf die gegebene Regel selbst zu kommen, so ist zu mercken daß eine jegliche Zahl, welche mit einer einfachen Zahl und einer gewissen Anzahl daran gehängter Nullen geschrieben wird, heraus komme, wann man die einfache Zahl mit 1 nebst eben so viel daran gehängten Nullen multiplicirt. Derohalben wann mit einer solchen Zahl multiplicirt werden soll, so multiplicire man erstlich nur mit der einfachen Zahl, und was herausgekommen dasselbe multiplicire man ferner mit 1 nebst so viel daran gehängten Nullen, welches im vorhergehenden N. 6 ist gewiesen worden, allwo wir gezeiget, daß um ein solches Product zu finden nur nöthig sey, an die Zahl welche multiplicirt werden soll, so viel Nullen hinzu-

zu

setzen, als in solchem multiplicatore nach dem 1 stehen. Wann derohalben der Multiplicator, wie wir setzen, eine einfache Zahl ist nebst einer gewissen Anzahl darangehängter Nullen, so multiplicire man den Multiplicandum erstlich mit der einfachen Zahl und zum Product schreibe man zur rechten Hand so viel Nullen, als im Multiplicatore folgen nach der einfachen Zahl. Als wenn man diese Zahl 543 mit 700 multipliciren soll, so multiplicire man erstlich 543 mit 7, da man dann finden wird 3801, dazu zwey Nullen hinzugefügt geben 380100 und dieses ist das gesuchte Product nehmlich 700 mal 543. Da man nun die Multiplication mit der einfachen Zahl von der rechten gegen der lincken verrichtet, so kan man gleich von der rechten so viel Nullen schreiben als im Multiplicatore befindlich, und dann die Multiplication mit der einfachen Zahl verrichten. Auf diese Art wird also die Operation des vorigen Exempels seyn wie folgt

5 4 3	Multiplicandus
7 0 0	Multiplicator
3 8 0 1 0 0	Productum.

Gleichergestalt wann 2758 mit 500000 multiplicirt werden soll, wird die Operation also stehen.

2 7 5 8	
5 0 0 0 0 0	
1 3 7 9 0 0 0 0 0	

Diese

Dieſe Operation beruhet demnach darauf daß ſolche Multiplicatores zwey Factores haben oder durch die Multiplication zweyer Zahlen entſprungen ſind. Nehmlich im erſtern Exempel iſt der Multiplicator 700 ſo viel als 7 mal 100 und im letſtern iſt 500000 ſo viel als 5 mal 100000, wie aber mit ſolchen Zahlen eine jegliche Zahl multiplicirt werden ſoll, iſt ſchon im vorhergehenden gewieſen worden.

8. Wann der Multiplicator eine zuſammengeſetzte Zahl iſt oder aus vielen Figuren beſtehet, ſo muß der Multiplicandus mit einem jeglichen Theil, daraus der Multiplicator beſteht multiplicirt, und darauf alle dieſe gefundenen Producte zuſammen addirt werden, da dann die Summa, welche herauskommt das verlangte Productum ſeyn wird.

Wir haben oben gewieſen, daß wann der Multiplicandus aus etlichen Theilen beſteht, ein jeglicher Theil insbeſondere mit dem Multiplicator müſſe multiplicirt, und dieſe beſonderen Prod & zuſammen geſetzet werden, als deren Summ das geſuchte Product geben muß. Da nun der Multiplicandus und der Multiplicator unter ſich verwechſelt, und einer an des anderen Stelle geſetzet werden kan, ſo iſt eben dieſes auch von dem Multiplicator zuverſtehen. Derohalben wann der Multiplicator eine zuſammengeſetzte Zahl iſt, oder aus mehr als einer

Fi-

figur bestehet, so muß der Multiplicandus mit einem jeglichen Theil des Multiplicators multiplicirt und alle diese sonderbaren Producte zusammen addiret werden: da dann derselben Summe das gesuchte Product geben wird. Die Theile aber, daraus eine zusamme gesetzte Zahl bestehet, sind die verschiedenen Sorten als Unitæten, Decades, Centenarii und so fort, von deren jeder nicht mehr als 9 Stücke vorhanden seyn können. Derohalben muß der Multiplicandus erstlich mit so viel Unitæten und dann mit so viel Decaden, ingleichem mit so viel Centenariis, und so weiter, als im Multiplicatore befindlich sind, multipliciret und alle heraus gebrachten Producte in eine Summe gebracht werden. Es ist aber im vorhergehenden Satze gewiesen worden, wie eine jegliche Zahl mit einer einfachen Zahl, hinter welcher etliche Nullen stehen, multiplicirt werden soll; und eben dergleichen Zahlen, sind alle diese Theile, aus welchen ein zusammengesetzter Multiplicator bestehet, weswegen die Multiplication mit einem solchen zusammen gesetzten, oder aus mehr Figuren bestehenden Multiplicator keine Schwierigkeit haben wird. Als wann man 4738 mit 358 multiplicirten soll, so sind die Theile des Multiplicatoris erstlich 8, dann 50 und drittens 300. Derowegen multiplicire man erstlich die Zahl 4738 mit 8, welches gibt 37904. Zweytens multiplicire man die Zahl 4738 mit 50, dieses

ses gibt 236900. Drittens multiplicire man die vorgegebene Zahl mit 300, dieses gibt 1421400. Nun diese drey Producta addire man zusammen wie folget.

	37904
	236900
	1421400
so ist diese Summe das verlangte Product.	1696204

Damit aber die gantze Operation desto bequemer vollzogen werden könne, so pflegt man diese besonderen Producte gleich so untereinander zu schreiben, daß die Unitæten unter die Unitæten, und alle gleichen Sorten untereinander zu stehen kommen, damit man dieselben gleich zusammen addiren könne, als wie folget.

Multiplicandus			4	7	3	8
Multiplicator				3	5	8
		3	7	9	0	4
	2	3	6	9	0	0
	1	4	2	1	4	0
Productum	1	6	9	6	2	0

Man schreibt nehmlich erstlich den Multiplicator unter den Multiplicandum, und zieht unter dieselben eine Linie. Hierauf multipliciret man den Multiplicandum mit der Anzahl der Unitæten so im Multiplicatore vorhanden, nehmlich mit 8 schreibt das Product unter die Linie, wie oben bey der Multiplication mit einfachen Zahlen ist

ist gelehret worden. Ferner multiplicirt man mit den Decaden des Multiplicators als mit 50, da man dann nach der gegebenen Regel erstlich in die Stelle der Unitæten eine Nulle setzet, und im übrigen mit 5 multipliciret. Drittens multiplicirt man mit den Centenariis oder in diesem Fall mit 300, in denen man in die zwey ersten Stellen von der rechten Hand zwey Nullen setzt, und hierauf mit 3 multiplicirt. Wenn man nun die Figuren wohl untereinander schreibt, so kommen auf diese Art in den besonderen Producten alle Sorte untereinander zu stehen, und wird deswegen die Addition um so viel bequemer. Hat man also alle diese besonderen Producte gefunden so wird darunter eine Linie gezogen, und dieselben zusammen addirt, wodurch man das gantze verlangte Product erhält. Man kan auch um der kurtze Willen die Nullen so in den Producten der höheren Sorten gegen der rechten Hand geschrieben werden müssen auslassen, in dem dieselben bey der Addition nichts austragen wie folget.

Da dann zu mercken, daß das Product von einer jeglichen Figur des Multiplicators von der rechten Hand auf eben der Stelle anfangen, da die Figur des Multiplicators stehet.

			4	7	8	3
				3	5	8
			2	3	9	0	4
		1	4	3	6	9	0	0
		3	4	2	3	4		
	1	6	9	6	2	0	4	

Nehm-

Nehmlich das Product vonder ersten Figur gegen der rechten Hand des Multiplicators fängt an auf der ersten Stelle. Das Prod & von der zweyten Figur fängt an auf der zweyten Stelle, das von der dritten auf der dritten und so fort.

9) Wenn zwey Zahlen so groß dieselben auch immer seyn mögen, mit einander multipliciret werden sollen, so schreibt man eine, welche man für den Multiplicator annimmt auf gewöhnliche Art unter die andere, und zieht unter dieselben eine Linie. Hierauf multipliciret man den Multiplicand.m mit einer jeglichen Figur des Multiplicators insbesondere und schreibt diese Producte untereinander unter die Linie. Eines aber von diesen Producten muß auf eben derjenigen Stelle von der rechten Hand an zuschreiben angefangen werden, auf welcher die Figur mit welcher multipliciret wird, stehe. Hat man nun auf diese Art alle Producte von allen Figuren des Multiplicators gefunden, und auf beschriebene Art unter einander gesetzet, wird darunter nochmahls eine Linie gezogen, und alle diese besonderen Producte zusammen addiret, da dann die Summe das gesuchte Product seyn wird

Auf diese Weise wird also die Multiplication mit den grösten Zahlen auf Multiplicationen mit einfachen Zahlen, so kleiner sind als 10, reduciret. Und hierinn bestehet hauptsächlich der

Vortheil,

Vortheil, den die Arithmetischen Operationen haben, daß darinn gewiesen wird, wie man Operationen, welche mit den grösten Zahlen sollen verrichtet werden, auf kleine Zahlen bringen könne, mit welchen ein jeder, der auch nicht rechnen gelernet hat, leicht umgehen kan. Also ist es zur Multiplication genug, wenn man nur die einfachen Zahlen mit einander zu multipliciren weißt. Dieses haben wir schon im vorhergehenden genugsam ausgeführet, aus welchem auch der Grund der gantzen Operation, wie wir dieselbe hier beschrieben, deutlich erhellet. Um aber in dieser Operation eine Fertigkeit zuerlangen, so ist das fürnehmste, daß man sich angewöhne, die Zahlen recht ordentlich zu schreiben, so daß alle welche zu einer Sorte gehören, schnurgerad in einer Reihe untereinander geschrieben werden, damit man die besonderen Sorte deutlich von einander unterscheiden könne, und keine Confusion entstehe. Von den zweyen vorgegebenen Zahlen, welche mit einander multipliciret werden sollen, ist es nun gleichgültig, welche man für den Multiplicatorem annehmen und unter die andere schreiben will; es ist aber doch bequemer die kleinere Zahl, welche aus weniger Figuren besteht, unter die andere zu schreiben, weilen man auf diese Art weniger sonderbare Producte bekommt, so zusammen addiret werden müssen. Man bekommt aber allezeit so viel besondere Producte, und folglich so viel Zahlen zusammen zu addiren,

als die Anzahl der Figuren ist, aus welchen der Multiplicator bestehet: ausgenommen, wenn eine oder mehr Figuren desselben Nullen oder nichts sind; wovon wir nachgehends einige Erinnerungen geben werden. Nun wollen wir durch einige Exempel die obbeschriebene Operation erläuteren: Als es soll diese Zahl 835047 mit dieser Zahl 67894 multipliciret werden, so schreibt man dieselben wie folget.

			8	3	5	0	4	7	Multiplicandus
				6	7	8	9	4	Multiplicator
		3	3	4	0	1	8	8	Product von 4
	7	5	1	5	4	2	3		Product von 9
6	6	8	0	3	7	6			Product von 8
5	8	4	5	3	2	9			Product von 7
5	0	1	0	2	8	2			Product von 6
5	6	6	9	4	6	8	1	0	1	8	Productum.

In diesem Exempel multipliciret man nun erstlich den Multiplicandum mit 4 als der ersten Figur des Multiplicators und schreibt das Product so unter die Linie, daß die erste Figur nehmlich 8 unter das 4 zu stehen komme. Zweytens multipliciret man den Multiplicandum mit der zweyten Figur des Multiplicators, und fängt in Schreibung dieses Products von der zweyten Stelle nehmlich unter dem 9 zu schreiben an. Gleichergestalt fängt das Product vom 8 auf der dritten Stelle nehmlich unter dem 8 an, und so fort, wie aus dem

Exempel

Exempel selbst zu ersehen. Endlich addiret man alle diese Producte zusammen, da dann die Summ das gesuchte gantze Product gibt.

Auf gleiche Weise sind auch folgende Exempel ausgerechnet worden.

23578	829357
13	38
70734	6634856
23578	2488071
306514	31515566

156274	734862
295	567
781370	5144034
1406466	4409172
312548	3674310
46100830	416666754

987654321
123456789
8888888889
7901234568
6913580247
5925925926
4938271605
3950617284
2962962963
1975308642
987654321
121932631112635269

Wann aber in dem Multiplicator irgend eine Figur nichts oder eine Nulle ist, so wurde das gantze Product so daher entspringt aus lauter Nullen bestehen, und folglich auch nichts seyn, dieweil eine jede Zahl mit o multipliciret nichts ausmacht. Wann derowegen dieses geschieht, so läßt man der Kürtze halben das gantze Product aus, und schreitet gleich zu der Multiplication mit den folgenden Figuren des Multiplicators fort. Da man aber wohl beobachten muß, daß man nichts destoweniger ein jegliches Product unter der Zahl des Multiplicators, aus welchen dasselbe entstanden, zu schreiben anfange, als aus folgenden Exempeln zu ersehen.

5 8 3 4 6	9 3 4 8
2 0 1	3 0 0 7
5 8 3 4 6	6 5 4 3 6
1 1 6 6 9 2	2 8 0 4 4
1 1 7 2 7 5 4 6	2 8 1 0 9 4 3 6

2 4 6 8 0 1 3 5	
1 0 2 0 3 0 0 5	
1 2 3 4 0 0 6 7 5	
7 4 0 4 0 4 0 5	
4 9 3 6 0 2 7 0	
2 4 6 8 0 1 3 5	
2 5 1 8 1 1 5 4 0 8 0 5 6 7 5	

Wann aber entweder im Multiplicando oder im Multiplicatore oder in beyden sich zu Ende bey der

der rechten Hand Nullen befinden, so dienet in solchen Fällen folgende Regel, dadurch man der überflüßigen Nullen, überhoben seyn kan.

10. **Wann in dem** Multiplicatore **oder** Multiplicando **oder in beyden die letzten Figuren nach der rechten Hand Nullen sind, so pflegt man alle diese zu Ende stehenden Nullen abzuschneiden und die** Multiplication **mit den übrigen Zahlen zu vollziehen. Zu dem auf diese Art gefundenen** Product **aber müssen nach der rechten Hand so viel Nullen hinzugesetzet werden, als von Anfang sind weggeworfen worden.**

Wann der Multiplicator eine einfache Zahl mit etlichen angehängten Nullen ist, so multipliciret man nur mit der einfachen Zahl, setzt aber zum gefundenen Product so viel Nullen dazu, als hinter der einfachen Zahl im Multiplicator gestanden. Davon haben wir schon oben No. 7 den Grund angezeiget, welcher so beschaffen, daß daraus auch die Wahrheit dieses Satzes dargethan werden kan. Es besteht nehmlich das Fundament davon hierinn, daß wenn ein Multiplicator ein Factum ist von zwey Factoribus oder aus der Multiplication zweyer Zahlen mit einander entsprungen, man das wahre Product erhalte, wenn man den Multiplicandum erstlich mit einem Factore des Multiplicators multiplicire, und was herausgekommen nochmahls mit dem andern Factore multiplicire. Ich nenne allhier aber

Factores, wie schon oben erinnert worden, die beyden Zahlen, welche mit einander multipliciret eine Zahle hervorgebracht haben.

Nun aber ist eine jede Zahl, an welche von der rechten Nullen gehängt sind, ein Factum oder Product aus derselbigen Zahl und 1 mit so viel darhinter stehenden Nullen. Als 230 ist das Product von 23 und 10 oder diese beyden Zahlen sind die Factores von 230. Gleichergestalt ist 478000 so viel als 478 mahl 1000 oder das Product von diesen Zahlen. Wann man derohalben eine vorgegebene Zahl mit 478000 multipliciren soll, so multiplicire man dieselbe erstlich nur mit 478, und was herauskommt noch mit 1000, welches geschieht, wann man von der rechten Hand drey Nullen dazu setzt. Wann sich demnach im Multiplicatore von der rechten Hand Nullen befinden; so kan man erstlich nur die Nullen weg lassen, und nur mit der übrigen Zahl multipliciren, zum gefundenen Product aber muß man so viel Nullen von der rechten Hand hinzuschreiben, als man im Multiplicatore weg gelassen hat. Als wann man soll 5339 mit 24600 multipliciren, so multipliciret man nur mit 246, welche man also unter die Zahl 5339 schreibt. Damit man aber die Nullen nicht vergesse, kan man dieselben gleichwohl zum Multiplicatore hinzusetzen, bey der Multiplication aber hat man auf dieselben nicht zu sehen; sondern schreibt dieselben nur zum gefundenen

Product,

Product, wie aus beyſtehender Operation zu ſehen.

```
      5 3 3 9
        2 4 6 0 0
    ---------------
      3 2 0 3 4
    2 1 3 5 6
  1 0 6 7 8
  ---------------
  1 3 1 3 3 9 4 0 0
```

Eine gleiche Beſchaffenheit hat es, wann im Multiplicando von der rechten Hand eine oder etliche Nullen ſtehen; weilen der Multiplicandus mit dem Multiplicatore verwechſelt, und an deſſelben Stelle geſetzt werden kan. Als wann man ſoll 1345000 mit 48 multipliciren, ſo multiplicire man erſtlich 48 mit 1345 und was herauskommt noch mit 1000. Weil es aber gleichviel iſt, ob man 48 mit 1345 oder 1345 mit 48 multipliciret, ſo multipliciret man der Kürtze halben 1345 mit 48 und zum gefundenen Product ſchreibt man die drey Nullen. Man kan auch der Deutlichkeit halben die Nullen gegen der rechten Hand vorſchieſſend zum Multiplicando ſetzen, damit man nach geendigter Operation gleich ſehe, wieviel Nullen man zum Product zu ſetzen habe, wie aus folgender Operation zu ſehen.

```
    1 3 4 5 0 0 0
        4 8
  ---------------
  1 0 7 6 0
  5 3 8 0
  ---------------
  6 4 5 6 0 0 0 0
```

da die drey Nullen zwar bey dem Multiplicando stehen, aber erst nach geendigter Multiplication an das Product gehänget werden. Wann nun so wohl der Multiplicandus als Multiplicator sich mit Nullen endigen, so kan die Operation aus diesen beyden Fällen angestellet werden. Als wann man 1987000 mit 3700 multipliciren sollte, so multiplicire man erstlich 1987000 mit 37 und zum Product schreibe man zwey Nullen. Um aber 1987000 mit 37 zu multipliciren, so multiplicirt man nach der gegebenen Regel 1987 mit 37 und an das Product hängt man drey Nullen. Derowegen um die beyden vorgegebenen Zahlen mit einander zu multipliciren, so multiplicirt man nur, nachdem man die Nullen beyderseits zu Ende weggeworfen, 1987 mit 37 und schreibt zum gefundenen Product fünf Nullen, nehmlich so viel als man weggeworfen. Die Nullen kan man zwar so wohl bey dem Multiplicando als Multiplicatore stehen lassen, ob man gleich auf dieselben nicht sieht, biß die Multiplication geendigt, damit man gleich sehe, wieviel Nullen man an das gefundene Product anzuhängen habe, als aus der Operation dieses Exempels zu sehen.

```
1 9 8 7 0 0 0
      3 7 0 0
-------------
1 3 9 0 9
5 9 6 1
-------------
7 3 5 1 9 0 0 0 0 0
```

Also

Also wann diese Zahl 54032000 mit dieser 2540000 multipliciret werden soll, so findet man das Product auf folgende Art.

```
        5 4 0 3 2 0 0 0
            2 5 4 0 0 0 0
      ---------------------
      2 1 6 1 2 8
    2 7 0 1 6 0
  1 0 8 0 6 4
---------------------------
1 3 7 2 4 1 2 8 0 0 0 0 0 0 0
```

Wir beschliessen also dieses Capitel mit einigen Exempeln, damit man den Gebrauch der Multiplication in vielerley vorfallenden Fällen sehen könne.

Exempel der Multiplication.

I. Ein grosser Circul, so man sich um die Erd-Kugel herum gezogen vorstellt, pflegt in 360 Grad getheilt zu werden. Man hat aber gefunden, daß 105 Werste einen solchen Grad ausmachen. Derowegen ist die Frage, wieviel Werste der Umkreiß der Erde groß sey.

Antw. Weilen ein Grad 105 Werste hält, der Umkreiß der Erden aber 360 Grade, so ist klar daß der ganze Umkreiß der Erde 105 mahl 360 Werste enthalte. Diese verlangte Anzahl der Werste wird also durch die Multiplication gefunden, in

dem man 105 mit 360 multiplicirt; wodurch man also findet 37800 Werste.

II. Ein gemeines Jahr von 365 Tagen, wieviel hält dasselbe Stunden.

Antw. Da ein Tag 24 Stunden hält, so machen 24 mahl 365 Stunden ein Jahr. Weswegen die verlangte Anzahl Stunden durch die Multiplication gefunden wird, indem man 365 mit 24 multipliciret. Dadurch findet man also 8760 Stunden.

III. Ein Kriegsheer stehet in einer ablangen gevierten Ordnung, da stehen der Länge nach 156 Mann, nach der Breite aber 97 Mann. Nun ist die Frage, aus wieviel Mann das gantze Kriegsheer bestehe.

Antw. Da in der Breite 97 Mann stehen, so sind der Länge nach 97 Reihen, in deren jeder 156 Mann stehen. Derohalben besteht das gantze Heer aus 97 mahl 156 Mann, welches multiplicirt macht 15132 Mann.

Cap. V.

Von der Diuision als der vierten Arithmetischen Operation.

I.

In der Diuision wird gelehret, wie man eine Zahl finden soll, welche anzeigt, wieviel mahl eine gegebene Zahl in einer andren gegebenen Zahl enthalten sey. Oder die

die Diuiſion lehret, wie man eine gegebene Zahl ſo viel gleiche Theile zertheilen ſoll, als man verlangt, und zeiget auch zugleich die Gröſſe eines ſolchen Theils.

Gleichwie die Multiplication aus der Addition ihren Urſprung hat, wann die Zahlen, welche zuſammen addirt werden ſollen, einander gleich ſind: alſo entſpringt die Diuiſion aus der Subtraction. Dann wann man fragt, wie viel mal eine Zahl in einer andern Zahl enthalten ſey, ſo darf man nur ſuchen, wieviel mahl man dieſelbe Zahl von dieſer ſubtrahiren könne, biß nichts übrig bleibt. Die Diuiſion iſt demnach nichts anders als eine wiederholte Subtraction, da man immer dieſelbe Zahl von dem was übergeblieben abzieht: und ſo viel mal man dieſelbe Zahl hat abziehen können, ſo viel mahl iſt dieſelbe Zahl in der gegebenen enthalten. Wann man alſo fragt wie viel mal 18 in 72 begriffen ſey; ſo kan man das finden wann man 18 ſo viel mal von 72 wegnimmt, biß nichts mehr übrigbleibt, da dann 18 ſo viel mal in 72 enthalten iſt, ſo viel mal man hat 18 abziehen oder wegnehmen können.

Alſo kan dieſes Exempel durch die Subtraction auf beygefügte Art ausgerechnet werden.

Dann

Dann wann man 18 von 72 einmahl abzieht, so bleibt 54 über. Zieht man zum zweyten mahl 18 von 54 ab, so bleiben noch 36 zurück. Zieht man zum dritten mahl 18 von 36 ab, so bleiben 18. Wann man also 18 zum vierten mahl abzieht, so bleibt nichts übrig. Woraus also erhellet, daß 18 vier mal in 72 begriffen ist, weil

	72
1.	18
	54
2.	18
	36
3.	18
	18
4.	18
	0

nachdem man 18 vier mahl abgezogen nichts mehr übrig bleibt. Weilen nun 18 vier mahl in 72 begriffen ist, so folgt daß 4 mahl 18 müsse 72 ausmachen, welches auch durch die Multiplication bekräfftiget wird. Gleichergestalt sieht man auch, daß wann 72 in 18 gleiche Theile getheilt werden sollte, daß ein solcher Theil 4 seyn würde, weilen 4 achtzehn mal genommen 72 ausmacht. Es kommen allso die zwey obgegebenen Beschreibungen der Diuision mit einander überein, indeme so viel mahl eine Zahl in der andern begriffen ist, eben so viel Stücke ein Theil hält, wann diese Zahl in so viel gleich Theile zertheilet wird, als jene Zahl anzeigt. Hieraus sieht man auch ferner, daß die Diuision sich auf gleiche Art zur Multiplication verhalte, wie die Subtraction zur Addition. Dann wann durch die Addition zwey Zahlen in eine Summ gebracht werden, so lehret die Subtraction, wie man, wann die Summ und eine derselben beyden Zahlen

len gegeben sind, die andere Zahl finden soll. Als 27 und 44 machen zusammen 71, wann man nun fragt, was das für eine Zahl sey, welche mit 44 zusammen 71 ausmache, so ist dieses ein Exempel der Subtraction. Dann wann man 44 von 71 abzieht, so findet man die Zahl, welche so sie zu 44 addirt wird, 71 ausmacht, nehmlich 27. Gleichwie nun die Subtraction der Addition entgegen gesetzt ist, also ist auch die Diuision der Multiplication entgegen gesetzt. Dann die Multiplication lehret, wie man aus zweyen gegebenen Factoribus das Factum oder Product finden soll. Wann aber das Factum nebst einem Factore gegeben ist, so lehret die Diuision, wie man den andern Factorem finden soll. Dann wann man fragt, wie viel mal eine Zahl in der andern enthalten sey, so sucht man eine Zahl, welche mit jener multiplicirt diese ausmache. Als wann gefragt wird, wie viel mal 12 in 180 enthalten sey, so ist es eben so viel, als wann man eine Zahl verlanget, welche mit 12 multiplicirt 180 ausmacht. Diese Zahl ist nun 15, dann 15 mal 12 macht 180. Derowegen ist auch 12 in 180 fünffzehnmahl begriffen, und wann man 180 in 12 gleiche Theile theilet, so wird ein Theil 15 seyn. Wann aber die Frage ist wieviel mahl eine Zahl eine andre in sich enthalte, so pflegt man zu sagen, daß jene Zahl durch diese diuidiret werden soll. Als 180 durch 12 diuidiren ist nichts anders, als finden, wieviel mahl 12 in 180 enthalten sey.

2) Wann eine Zahl durch eine andre dividirt werden ſoll, oder wann man fragt wieviel eine Zahl die andre in ſich enthalte; ſo wird dieſelbe Zahl, welche durch die andre dividirt werden ſoll, oder von welcher die Frage iſt, wie viel mal dieſelbe die andre in ſich enthalte, der Dividendus genannt, die andre Zahl aber, durch welche dieſelbe dividirt werden ſoll, wird der Diviſor genannt. Diejenige Zahl aber, welche geſucht wird und anzeigen ſoll, wie viel mal der Diviſor im Dividendo enthalten ſey, pflegt der Quotus oder der quotient genannt zu werden.

In jeglichem Exempel alſo der Diviſion ſind zwey Zahlen gegeben, der Dividendus und der Diviſor, und die Frage iſt wie viel mal der Diviſor in dem Dividendo begriffen ſey. Da nun der Quotus oder quotient dieſes anzeiget ſo iſt derſelbe die Zahl, welche geſucht wird, und um welche zu finden die Regeln der Diviſion gegeben werden müſſen. Wie wir nun vorher gewieſen, ſo iſt der Quotus eine Zahl, welche mit dem Diviſor multiplicirt im Product den Dividendum gibt, weswegen in der Diviſion der Quotus das iſt eine ſolche Zahl geſucht wird, welche, wann ſie mit dem Diviſore multiplicirt wird, den Dividendum herausbringt. Wann man alſo fragt, wie viel mal 12 in 180 enthalten ſey, oder wann, wie man zu reden pflegt 180 durch 12 dividirt werden ſollen, ſo iſt 180

der Diuidendus und 12 der Diuiſor. Die Zahl aber, welche geſucht wird oder der Quotus zeigt an, wie viel mal 12 in 180 enthalten ſey, und iſt ſo beſchaffen, daß derſelbe 12 mal genommen 180 ausmacht. Hieraus iſt nun leicht zu verſtehen, wann ein Exempel von der Diuiſion vorgelegt wird, welches die beyden gegebenen Zahlen ſind, und welche davon der Diuiſor, und welche der Diuidendus ſey. Und dieſes iſt höchſt nöthig daß ehe man zur Operation ſelbſt ſchreitet, man das Exempel wohl verſtehe, und wiſſe die gegebenen Zahlen recht zu benennen, damit man mit denſelben nach den folgenden Regeln operiren könne. Als wann 12 Perſonen 1728 Rubl. unter ſich zu theilen hätten und man fragte, wie viel eine Perſon bekäme, ſo geht die Frage dahin, daß man die Summe anzeige welche einer Perſon zufällt. Dieſe Summ aber iſt ſo groß, daß wann man dieſelbe 12 mal nimmt, 1728 herauskommen muß. Es wird alſo in dieſem Exempel eine Zahl verlangt, welche mit 12 multiplicirt 1728 herausbringe. Dieſes Exempel gehört derohalben zur Diuiſion und iſt 1728 der Diuidendus, 12 der Diuiſor, der Quotus aber, ſo durch die Diuiſion gefunden werden muß, zeigt an wieviel eine Perſon bekommen wird. Nachdem man alſo dieſes Exempel auf dieſe Art unterſuchet hat, ſo iſt nicht nur klar, daß daſſelbe in die Diuiſion laufſe, ſondern auch, was für Zahlen für den

Diui-

Diuidendum und Diuiſorem angenommen werden müſſen.

3) Es iſt aber wohl zu mercken, daß nicht eine jede Zahl durch eine jede diuidirt werden könne, ſondern der Diuidendus muß eine ſolche Zahl ſeyn, welche würcklich durch die Multiplication des Diuiſoris mit einer anderen Zahl entſpringen kan. Iſt aber der Diuidendus nicht ſo beſchaffen, ſo kan man mit gantzen Zahlen davon wir anjetzo allein handlen, nicht anzeigen, wieviel mahl der Diuiſor eigentlich in dem Diuidendo begriffen ſey. In ſolchem Fall muß man ſich alſo begnügen die nächſte kleinere Zahl anzugeben für den Quotum, wobey man aber bemercken muß, wieviel noch zurück bleibe von dem Diuidendo, darinn der Diuiſor nicht mehr enthalten. Und dieſes was zurück bleibt, pflegt auch der Reſt genennt zu werden, ſo aus einer ſolchen Diuiſion entſpringt.

In dieſem Stücke hat die Diuiſion wiederum eine Gemeinſchafft mit der Subtraction, und finden beyde eine Ausnahme, welcher die Addition und Multiplication nicht unterworfen ſind. Die Zahlen mögen beſchaffen ſeyn wie ſie wollen, ſo können dieſelben allezeit ſo wohl zuſammen addirt als mit einander multiplicirt werden. Wenn aber eine Zahl von der anderen ſubtrahirt werden ſoll, ſo muß jene kleiner ſeyn als dieſe, ſonſten kan der Reſt mit den gewöhnlichen Zahlen, die uns

noch

noch allein bekannt sind, nicht angedeutet werden. Nehmlich diejenige Zahl davon eine andere soll abgezogen werden, muß die Summ seyn von dieser Zahl und dem Rest. Gleichergestalt, da die Diuision der Multiplication entgegen gesetzt ist, und der verlangte Quotus so beschaffen seyn muß, daß derselbe mit dem Diuisor multiplicirt den Diuidendum hervorbringe, so muß der Diuidendus eine solche Zahl seyn, welche würcklich durch die Multiplication des Diuisors mit einer anderen Zahl entspringen kan. Wenn aber der Diuidendus nicht also beschaffen ist, so kan der Quotus durch solche Zahlen, davon wir anjetzo handlen, nicht ausgedrückt werden, sondern es werden dazu gebrochene Zahlen erfordert, deren Natur annoch unbekannt zu seyn gesetzet, und erst im folgenden erkläret wird. In Ansehung dieser gebrochenen Zahlen, werden die Zahlen, damit wir bisher umgegangen sind gantze Zahlen genannt: und deswegen sagen wir, daß nicht allezeit der Quotus durch gantze Zahlen könne gegeben werden. Es kommen derohalben zweyerley Exempel der Diuision vor, davon die eine Art so beschaffen ist, daß der Quotus eigentlich durch gantze Zahlen bestimmt werden kan. Die andere Art enthält solche Exempel, in welchen der Quotus nicht durch gantze Zahlen angegeben werden kan. In den Exempeln von der ersten Art muß also der Diuidendus so beschaffen seyn, daß derselbe würcklich ein Factum sey, davon der eine

Factor der Diuiſor ſelbſt iſt. Ein ſolches Exempel iſt wann 182 durch 13 diuidiret werden ſoll, dann da iſt der Quotus 14, und 182 entſpringt, wann man 13 mit 14 multiplicirt. Von ſolchen Exempeln ſagt man, daß ſich der Diuidendus würcklich durch den Diuiſorem diuidiren laſſe; alſo läßt ſich 72 durch 8 diuidiren, dann 8 mahl 9 gibt 72. Ein Exempel ſo zur anderen Art gehöret iſt, wann 13 durch 3 diuidiret werden ſoll. Dann man kan keine gantze Zahl angeben, welche mit 3 multiplicirt 13 ausmache; dann 3 mit 4 multiplicirt gibt 12, und 3 mit 5 multiplicirt 15; alſo iſt der wahre Quotus grösſer als 4 und kleiner als 5, und kan alſo durch keine gantze Zahl angegeben werden. Derohalben weilen hier noch nicht der Ort iſt von Brüchen zu handeln, ſo muß man ſich begnügen anſtatt des Quoti die nächſte Zahl anzugeben, und dabey zu mercken, wieviel dieſelbe fehle. Als in dem Exempel da 13 durch 3 diuidiret werden ſoll, ſo kan man ſagen daß 4 der Quotus ſey, aber nicht vollkommen, dann 4 mahl 3 macht nur 12 nicht 13, und iſt alſo 1 der Unterſcheid. Dieſer Unterſcheid iſt demnach der Reſt, welcher bey einer ſolchen Diuiſion zurück bleibt. Ingleichem, wann 101 durch 12 diuidiret werden ſoll, ſo ſieht man daß 12 mehr als acht mahl in 101 begriffen ſeyn, aber weniger als 9 mahl; nun pflegt man allezeit die nächſt kleinere Zahl für den Quotum zu nehmen, deswegen wird in dieſem Exempel 8 der Quotus ſeyn, weil

weil aber 8 mahl 12 nur 96 macht, welche Zahl um 5 kleiner ist als die gegebene 101, so ist der Rest 5. In solchen Exempeln ist derowegen der angegebene Quotus so beschaffen, daß wann man denselben mit dem Diuisore multiplicirt und zum Product den Rest addirt, der Diuidendus herauskomme. Wobey aber zu mercken, daß daßselbe nicht der wahre Quotus sey, dann der wahre Quotus muß allezeit mit dem Diuisor multiplicirt den Diuidendum geben. Der wahre Quotus kommt aber heraus, wann man zu diesem gefundenen Quoto noch hinzuthut, was herauskommt, wann man den Rest noch durch den Diuisor diuidirt. In solchen Exempeln pflegt man nun zu sagen, daß sich der Diuidendus durch den Diuisorem nicht diuidiren lasse, sondern daß ein Rest übrig bleibe. Es ist aber klar, daß dieser Rest allezeit kleiner seyn müsse, als der Diuisor, dann wäre derselbe gröſſer, so könnte auch der Quotus gröſſer genommen werden.

4) Um die folgenden Regeln, durch deren Hülfe alle Exempel der Diuision ausgerechnet werden können, zu begreiffen und dieselben auch zu gebrauchen, so ist vor allen Dingen nöthig, daß man alle diejenigen Exempel, in welchen der Diuisor kleiner ist als 10, und auch weniger als 10 mahl in dem Diuidendo enthalten ist, schon wisse im Kopf auszurechnen, und so wohl den Quotum, als auch den Rest, wann einer übrig bleibt

anzuzeigen. Wozu gleichwohl allhier die nöthige Anleitung gegeben werden wird.

Gleichwie es in der Addition, Subtraction, und Multiplication nöthig war, daß man die Operationen mit den einfachen Zahlen zu machen wußte, ehe man zu den würcklichen Regeln fortschreiten könnte, als ist eben dieses auch bey der Diuision nöthig. Weil nun die Diuision der Multiplication entgegen gesetzet wird, und in der Multiplication erfordert worden, daß man wisse, je zwey Zahlen, welche kleiner sind als 10 mit einander zu multipliciren, so wird in der Diuision erfordert, daß man alle diejenigen Exempel könne ausrechnen, in welchen so wohl der Diuisor als der Quotus kleiner sind als 10; in deme was in der Multiplication der Multiplicandus und Multiplicator waren, in der Diuision der Diuisor und der Quotus sind. Hiebey ist nun hauptsächlich nöthig den Unterscheid zu bemercken zwischen denjenigen Exempeln, in welchen der wahre Quotus kan angegeben werden, und denjenigen, in welchen ein Rest zurück bleibt. Was die Exempel der ersten Art anbetrifft da der wahre Quotus angegeben werden kan, dieselben sind aus der bey der Multiplication gegebenen Tabelle leicht zu erkennen, wann man nehmlich dieselbe Tabelle dem Gedächtniß wohl eingeprägt hat. Dann wann man zum Exempel weißt daß 6 mahl 9 so viel ist als 54, so weißt man auch gleich daß 6 in 54 neun mahl enthalten ist, ingleichem auch

daß

daß 9 in 54 sechs mahl enthalten ist. Wir wollen aber dem ungeacht folgende Tabelle bey fügen.

				mahl enthalten					mahl enthalten
2	in	2	ist	1	4	in	4	ist	1
2	=	4	=	2	4	=	8	=	2
2	=	6	=	3	4	=	12	=	3
2	=	8	=	4	4	=	16	=	4
2	=	10	=	5	4	=	20	=	5
2	=	12	=	6	4	=	24	=	6
2	=	14	=	7	4	=	28	=	7
2	=	16	=	8	4	=	32	=	8
2	=	18	=	9	4	=	36	=	9
3	in	3	ist	1	5	in	5	ist	1
3	=	6	=	2	5	=	10	=	2
3	=	9	=	3	5	=	15	=	3
3	=	12	=	4	5	=	20	=	4
3	=	15	=	5	5	=	25	=	5
3	=	18	=	6	5	=	30	=	6
3	=	21	=	7	5	=	35	=	7
3	=	24	=	8	5	=	40	=	8
3	=	27	=	9	5	=	45	=	9

				mahl enthalten
6	in	6	ist	1
6	=	12	=	2
6	=	18	=	3
6	=	24	=	4
6	=	30	=	5
6	=	36	=	6
6	=	42	=	7
6	=	48	=	8
6	=	54	=	9

				mahl enthalten
8	in	8	ist	1
8	=	16	=	2
8	=	24	=	3
8	=	32	=	4
8	=	40	=	5
8	=	48	=	6
8	=	56	=	7
8	=	64	=	8
8	=	72	=	9

7	in	7	ist	1
7	=	14	=	2
7	=	21	=	3
7	=	28	=	4
7	=	35	=	5
7	=	42	=	6
7	=	49	=	7
7	=	56	=	8
7	=	63	=	9

9	in	9	ist	1
9	=	18	=	2
9	=	27	=	3
9	=	36	=	4
9	=	45	=	5
9	=	54	=	6
9	=	63	=	7
9	=	72	=	8
9	=	81	=	9

Aus dieser Tabelle sieht man also alle diejenige Fälle, in welchen so wohl der Divisor als der wahre Quotus einfache Zahlen oder kleiner sind als 10. Und wer diese Tabelle wohl erlernet hat, derselbe wird bey einem jeglichen vorkommenden Fall, der in dieser Tabelle begriffen ist, den wah-

ren

ren Quotum gleich sagen können. Wann zum Exempel die Frage ist wieviel mahl 7 in 56 enthalten sey, so weißt derselbe gleich, daß es 8 mahl sey. Wir haben aber in dieser Tabelle diejenigen Fälle ausgelassen, in welchen der Diuisor 1 ist. Dann 1 ist in einer jeglichen Zahl so viel mahl begriffen, als dieselbe Zahl selbst anzeigt. Das ist wann der Diuisor 1 ist, so ist der Quotus allezeit dem Diuidendo gleich. Dieses sieht man aus der Multiplication, dann weilen der Quotus mit dem Diuisore multiplicirt den Diuidendum heraus bringen muß, so ist klar, daß wann der Diuisor 1 ist, der Quotus dem Diuidendo gleich seyn müsse. Also wann zum Exempel 23 durch 1 diuidirt werden soll, so ist der Quotus 23, dann 23 mahl 1 macht 23. Daher pflegt man zu sagen, daß eins nicht diuidire, weilen der Diuidendus selbst den Quotum anzeigt. Ferner erhellet auch, daß wann der Diuisor dem Diuidendo gleich ist, der Quotus allezeit 1 seyn müsse, dann eine jegliche Zahl ist in sich selber ein mahl enthalten. Endlich wäre auch anzu mercken, daß wann der Diuisor 0 ist, der Quotus unendlich groß sey: allein weil dieser Fall bey gemeinen Diuisionen nicht vorkommt, so ist nicht nöthig einem Anfänger etwas von dem unendlichen vorzutragen. Wir schreiten derohalben fort zu den Exempeln der anderen Art, in welchen der wahre Quotus nicht kan in gantzen Zahlen angegeben werden, und bey welchen man

ſich begnügt den nächſten Quotum anzuzeigen, nebſt dem überbleibenden Reſt. Man ſieht nehmlich aus der vorigen Tabelle, daß die Zahlen in den zweyten Reihen von oben herab nicht in der Ordnung fortgehen, ſondern daß zwiſchen denſelben immer eine oder mehr Zahlen begriffen ſind. Wann demnach eine ſolche Zahl, welche nicht in der Tabelle ſteht, ſondern zwiſchen dieſelben Zahlen hineingehöret, durch eine einfache Zahl dividirt werden ſoll, ſo kan der wahre Quotus nicht gegeben werden, ſondern man muß die nächſt kleinere Zahl darfür nehmen und den rückſtehenden Reſt dabey anzeigen. Dieſes geſchieht nun alſo, man ſucht in demjenigen Theil der Tabelle, in welchem der gegebene Diviſor voraus ſteht, in der zweyten Reihen die dem Dividendo nächſt kleinere Zahl, und zieht dieſelbe von dem Dividendo ab, da dann der Reſt den zurückbleibenden Reſt der Diviſion anzeigt. Die Zahl aber in der dritten Reihe, welche dabey ſteht gibt den Quotum. Als wann die Frage iſt wieviel mahl 7 in 38 enthalten ſeyn, oder wann 38 durch 7 ſoll dividirt werden, ſo ſieht man in demjenigen Theil da 7 in der erſten Reihe ſteht, daß 35, darinn ſieben 5 mahl enthalten iſt, die nächſt kleinere Zahl ſey als 38, und iſt der Reſt 3, ſo überbleibt wann 35 von 38 abgezogen wird. Derohalben iſt der Quotus 5 und der Reſt 3, wann 38 durch 7 dividirt wird; dann 5 mahl 7 iſt 35 und dazu der Reſt 3 gethan macht 38. Wann man obige

Tabelle

Tabelle wohl im Gedächtniß hat, so sieht man gleich wieviel mahl man den Diuisorem nehmen müsse, daß die nächst kleinere Zahl als der Diuidendus ist herauskomme. Und da ist dann die Zahl, so viel mahl der Diuisor genommen worden, der Quotus; und wann man diesen Quotum mit dem Diuisore multiplicirt und das Product vom gegebenen Diuidendo subtrahirt so bleibt der Rest übrig. Als wann 59 durch 8 diuidirt werden soll, so sieht man leicht, daß wann man 8 sieben mahl nimmt die nächst kleinere Zahl unter 59 herauskomme. Deswegen ist der Quotus 7, und 7 mahl 8 das ist 56 von 59 abgezogen gibt 3 das ist den überbleibenden Rest. Kurtz aber das zu verrichten sagt man, 8 in 59 nehme ich oder habe ich 7 mahl, 7 mahl 8 ist 56 von 59 bleiben 3 das ist der Rest. Wann also der Diuidendus weniger als 10 mahl grösser ist als der Diuisor, und der Diuisor eine einfache Zahl ist, so kan auf diese Art leicht so wohl der Quotus als der Rest gegeben werden. Als wann 87 durch 9 getheilt werden soll, weil 87 kleiner ist als 9 mahl 10, so gehört dieses Exempel hieher. Man wird also sagen 9 in 87 ist oder hat man 9 mahl, 9 mahl 9 ist aber nur 81 von 87 bleibt 6, ist demnach 9 der Quotus und 6 der Rest. Wann der Diuidendus kleiner ist als der Diuisor, so wird der Quotus 0 der Rest aber ist dem Diuidendo gleich, als wann 4 durch 7 diuidirt werden soll, so sagt man 7 ist in 4 kein mahl oder 0 mahl enthalten.

halten. Nun aber o mahl 7 iſt o von 4 bleiben 4, und iſt alſo 4 der Reſt und o der Quotus.

5) **Was im vorhergehenden von der Diviſion mit einem einfachen** Diuiſore **iſt geſagt worden, muß eigentlich von** Unitæten **verſtanden werden. Das iſt wann der** Diuidendus **und** Diuiſor Unitæten **bedeuten, ſo zeigen auch die Zahlen, welche für den** Quotum **und Reſt herausgebracht werden,** Unitæten **an. Wann aber nur der** Diuiſor Unitæten **bedeutet, der** Diuidendus **aber entweder** Decades **oder** Centenarios **oder** Millenarios **ꝛc. anzeiget, ſo müſſen auch die Zahlen, welche für den** Quotum **und Reſt gefunden werden, von eben dieſen Sorten nehmlich entweder von** Decadibus, **oder** Centenariis **oder** Millenariis **ꝛc. verſtanden werden.**

Der Verſtand von dieſem Satz iſt kurtzlich dieſer, daß ſo wohl der Quotus als der Reſt ebendieſenige Art oder Sorte von Gröſſe anzeigen, welche der Diuidendus bedeutet; wann nemlich der Diuiſor aus bloſſen Unitæten beſtehet. Und dieſes iſt auch nicht nur von den gemeldten Sorten der Zahlen als Decaden, Centenariis und ſo fort wahr, ſonderen auch von einer jeglichen Benennung, welche dem Diuidendo gegeben wird. Als wann zum Exempel 69 Rubl. durch 8 Unitæten ſollen getheilt werden, ſo ſagt man 8 in 69 iſt 8 mahl enthalten, aber 8 mahl 8 macht nur 64 von 69 bleiben 5. Weilen nun

der

der Diuidendus Rubl. anzeiget, ſo ſind 8 Rubl. der Quotus und 5 Rubl. der Reſt. Dann 8 mahl 8 Rubl. macht 64 Rubl. und dazu den Reſt nemlich 5 Rubl. gethan, macht 69 Rubl. das iſt den Diuidendum wie die Natur der Diuiſion erfordert. Was nun in dieſem Exempel von den Rubl. iſt geſagt worden, verſteht ſich gleichermaſſen bey einer jeglichen Benennung, welche der Diuidendus führt. Und iſt alſo hieraus genugſam klar, daß der Quotus und Reſt eben den Nahmen führen müſſen, welchen der Diuidendus hatte; weswegen man alſo um ſo viel weniger zu zweiflen hat, was die Benennungen als Decaden, Centanarios und ſo fort betrifft. Derohalben gleich wie 69 Rubl. wann man dieſelben durch 8 Unitæten Diuidirt, 8 Rubl. für den Quotum geben und 5 Rubl für den Reſt. Alſo geben 69 Decades durch 8 Unitæten Diuidirt, 8 Decades für den Quotum und 5 Decades für den Reſt. Ingleichem geben 69 Centenarii durch 8 Unitæten diuidirt 8 Centenarios für den Quotum und 5 Centenarios für den Reſt, und ſo mit allen folgenden Sorten. Hieraus erhellet alſo wie gröſſere Zahlen, als in obgegebener Tabelle befindlich ſind, durch einfache Zahlen diuidirt werden können. Als wann 2400 durch 4 diuidirt werden ſollen, ſo ſage ich 2400 iſt ſo viel als 24 Centenarii, und diuidire alſo 24 Centenarios durch 4, und finde 6 Centenarios für den Quotum ohne Reſt. Ich ſage deshalben

daß

daß der gesuchte Quotus sey 600. Wann aber 46000 das ist 46 Millenarii durch 7 diuidirt werden sollen, so wird der Quotus seyn 6 Millenarii das ist 6000, wobey 4 Millenarii restiren das ist 4000 Unitæten, welche aber weiter durch 7 diuidirt werden können, wovon im folgenden weiter gehandelt werden wird.

6) **Wann eine zusammen gesetzte Zahl so groß dieselbe immer seyn mag, durch eine einfache Zahl** diuidirt **werden soll, so muß man alle Theile derselben, das ist alle besonderen Sorten, aus welchen dieselbe Zahl bestehet, durch den** Diuisorem diuidiren, **wobey der Anfang von den gröſten Sorten gemacht werden muß. Der Rest aber welcher bey einer jeglichen Sorte über bleibt, wird in die folgende geringere Sorte verwandelt und zu derselbigen Sorte hinzugesetzt, und also mit der** Diuision **bis zu den** Unitæten **als der kleinsten Sorte fortgefahren: da dann alle diese besonderen** Quoti **zusammen den gesuchten** Quotum **ausmachen, und was bey der letzten** Diuision **übrig bleibt, ist der rückstehende Rest.**

Gleich wie in der Multiplication das verlangte Product gefunden wird, wann man alle Theile des Multiplicandi mit dem Multiplicatore multiplicirt, und alle diese besonderen Product zusammen addirt; also findet man auch in der Diuision den gesuchten Quotum, wann man alle

Theile

Theile des Diuidendi durch den Diuisorem diuidirt und alle diese besonderen Quotos zusammen addirt. Dann da in der Diuision die Frage ist, wieviel mahl der Diuisor in dem Diuidendo enthalten sey, so wird man diese gesuchte Zahl oder den Quotum anzeigen können, wann man weiß, wieviel mahl der Diuisor in einem jeglichen Theil des Diuidendi enthalten ist, dann alle diese besonderen Quoti zusammen geben den gantzen gesuchten Quotum. Als wann zum Exempel 6903 durch 3 diuidirt werden soll, so sind die Theile des Diuidendi 6 Millenarii, 9 Centenariii und 3 Unitæten. Der erste Theil nehmlich 6 Millenarii durch 3 diuidirt geben 2 Millenarios fur den Quotum. Der zweyte Theil 9 Centenarii durch 3 diuidirt geben 3 Centenarios im Quoto, und endlich 3 Unitæten durch 3 diuidirt geben 1 Unitæt im Quoto. Alle diese Quoti zusammen sind nur 2 Millenarii 3 Centenarii und 1 Unitæt das ist 2301 und diese Zahl ist der gesuchte Quotus, welcher herauskommt wann 6903 durch 3 diuidirt wird, und bleibt kein Rest zurück. In diesem Exempel hat sich zwar ein jeglich Theil des Diuidendi durch den Diuisorem ohne Rest diuidiren lassen; allein aus demselben ist gleich wohl leicht zu schliessen, wie man sich zu verhalten habe, wann bey diesen besonderen Diuisionen etwas zurück bleiben sollte. Dann da der Rest, welcher in der Diuision eines Theils oder einer Sorte des Diuidendi durch den Diuisorem zurück bleibet,

noch

noch nicht diuidirt worden iſt, in dem man noch nicht gefunden, wieviel mahl der Diuiſor darinn enthalten iſt, ſo muß derſelbe Reſt in die folgende kleinere Sorte verwandelt, und zu derſelben geſetzet, und darauf dieſes zuſammen durch den Diuiſorem getheilet werden. Auf dieſe Art muß man alſo in der Diuiſion von den gröſſeren Sorten des Diuidendi zu den kleineren fortfahren, biß man zu den Unitæten kommt, und wann dabey ein Reſt zurück bleibt, ſo iſt derſelbe auch der würckliche Reſt, welcher nebſt dem Quoto muß angezeiget werden. Als wann die Zahl 8359 durch 6 diuidirt werden ſoll, ſo muß von den 8 Millenariis, als der gröſten Sorte des Diuidendi der Anfang gemacht werden. Nun aber 8 Millenarii durch 6 diuidirt geben 1 Millenarium für den Quotum und 2 Millenarii bleiben im Reſt, oder müſſen noch diuidirt werden. Damit nun dieſes geſchehen könne, ſo werden daraus Centenarii gemacht, wodurch man alſo 20 Centenarios bekommt, hiezu aber die 3 Centenarii, welche im Diuidendo würcklich vorhanden ſind gethan machen 23 Centenarios; dieſe alſo durch 6 diuidirt geben 3 Centenarios für den Quotum, und 5 Centenarii bleiben für den Reſt. Dieſe 5 Centenarios verwandelt man nun in Decades das gibt 50 Decades, weilen aber 5 Decades im Diuidendo würcklich vorhanden ſind, ſo hat man 55 Decades durch 6 zu diuidiren, dieſe geben demnach 9 Decades zum Quoto und bleibt 1

Deca

Decas zurück. Diese 1 Decas macht 10 Unitæten, welche mit den 9 Unitæten des Dividendi 19 Unitæten ausmachen, diese durch 6 dividirt geben 3 Unitæten zum Quoto und 1 Unitæs bleibt als Rest. Weilen nun die Unitæten nicht weiter in kleinere Sorten verwandelt werden können, so bleibt also die 1 Unitæt würcklich zurück und kan nicht getheilet werden. In diesem Exempel ist demnach 1393 der Quotus und 1 der Rest, und wann man den Quotum 1393 mit 6 multiplicirt und zum Product 1 nehmlich den Rest addirt, so kommt der Dividendus 8359 heraus. Hieraus siehet man also warum in der Division die Operation von den gröſten Sorten und folglich von der rechten Hand müsse angefangen werden, da doch in den vorhergehenden Operationen der Anfang von den kleineren Sorten oder von der lincken Hand gemacht worden ist. In diesem Exempel ist nun der Grund und die Ursachen von allen Operationen zugleich erkläret worden, wann man aber nur allein die nöthigen Operationen um den Quotum und Rest zu bekommen anstellen will, so kan man dieselben weit kürtzer auf nachfolgende Art erhalten.

2 5 1
6) 8 3 5 9 (1
1 3 9 3

Es wird nehmlich der Dividendus hingeschrieben und der Divisor darvor gesetzt, und mit einer Linie

Linie unterzogen, unter welche der Quotus geſchrieben wird. Hierauf fängt man von der lincken Hand oder von der gröſten Sorte des Dividendi zu dividiren an, und ſagt 6 in 8 iſt ein mahl enthalten und bleiben 2 zurück; das 1 weilen daſſelbe Millenarios bedeutet wird unter die Linie unter das 8 nehmlich auf die Stelle der Millenarium geſchrieben, der Reſt aber nehmlich 2 wird über das 8 geſetzt, und in der folgenden Operation mit den Centenariis als 20 angeſehen. Dazu werden die 3 Centenarii mit genommen, und gibt 23, wie auch die Zahl ſelbſten gleich ausweiſet. Hierauf ſagt man 6 in 23 iſt 3 mahl enthalten und bleiben 5 zurück, die 3 ſchreibt man unter die Linie nach der vorhergehenden Zahl der Reſt 5 aber über das 3, welcher mit den 5 Decaden des Dividendi 55 ausmacht. Man ſaat alſo ferner 6 in 55 iſt 9 mahl enthalten und bleibt 1 über; man ſchreibt alſo 9 unter die Linie und den Reſt 1 über die Decaden nehmlich über 5. Dieſes 1 mit dem folgenden 9 macht 19, welche durch 6 dividirt geben 3 in Quotum und 1 bleibt zurück, die 3 werden alſo in Quotum unter die Linie geſchrieben, und der Reſt 1, weilen derſelben den letzte iſt, wird hinter den Dividendum angefüget. Wann man nun die Operation auf dieſe Art zu Ende gebracht hat, ſo wird man unter der Linie den Quotum hinter dem Dividendo aber den rückſtehenden Reſt finden. Auf ſolche Art ſind nun folgende Exempel ausgerechnet worden.

```
     1                  2 5 1
4) 1 3 6 2 8 (0    8) 3 4 9 7 3 (5
   ---------          ---------
    3 4 0 7            4 3 7 1
```

Bey dem ersten dieser Exempel ist zu erinneren, daß weilen die erste Figur von der lincken des Diuidendi nehmlich 1 kleiner ist als der Diuisor und also eine o in den Quotum gegen der lincken gesetzt werden müßte, welche keine Bedeutung hat, so wird dieses 1 gleich zur folgenden Sorte gethan, welches 13 ausmacht und dabey die Diuision angefangen. Eine gleiche Bewandniß hat es auch mit dem anderen Exempel, in welchem man gleich 34 durch 8 zu diuidiren anfängt. Wann aber mitten oder zum Ende des Quoti eine o kommt, so muß dieselbe nothwendig geschrieben werden, damit eine jede Figur auf ihre gehörige Stelle komme. Dieser Fall kommt im ersten Exempel vor, welches auf folgende Weise operirt wird: 4 in 13 ist 3 mahl enthalten und bleibt 1 über, schreibt 3 unter die Linie und 1 über das 3 im Diuidendo. Ferner sagt man 4 in 16 ist 4 mahl enthalten und bleibt nichts über, schreibt also 4 unter die Linie, und weil kein Rest vorhanden, sagt man 4 in 2 ist kein mahl enthalten, setzt also 0 in den Quotum, und weilen die 2 würcklich der Rest sind, so nimmt man dieselben gleich mit der folgenden 8 zusammen, das gibt 28 darinn 4, 7 mahl begriffen ist, und kein Rest zurück bleibt; so daß also der Quotus ist 3407.

7) Wann der Diuisor eine einfache Zahl mit einer oder etlichen daran gehängten Cyphren ist als 30, oder 400 oder 7000 oder dergleichen; so kan die Diuision auf eben die Art gemacht werden als mit den einfachen Zahlen. Dann man hat nur nöthig von dem Diuisore die Cyphren, und von dem Diuidendo auch eben so viel Figuren von der rechten Hand weg zu schmeissen, und so dann diesen herausgekommenen Diuidendum durch den einfachen Diuisorem zu diuidiren, da man dann den wahren Quotum bekommen wird. Zu dem Rest aber, der überbleibt, muß man die von dem Diuidendo abgeschnittenen Figuren von der rechten Hand hinzusetzen, so wird man den wahren Rest haben.

Um diese Operation deutlicher vorzustellen so lasst uns diese Zahl 156327 durch 700 diuidiren. Wir schmeissen also von 700 die zwey Cyphren und von dem Diuidendo 156327 die zwey letsten Figuren 27 weg, und diuidiren 1563 durch 7 wie folgt.

```
      1 2
7) 1 5 6 3 (2
   -------
      2 2 3
```

Auf diese Art haben wir also für den gesuchten Quotum 223 gefunden. Der Rest aber ist nicht 2 sondern 227; indem zu dem gefundenen Rest 2 die abgeschnittenen zwey Figuren 27 von dem Diuidendo sind angehängt worden. Wann man

man also die Zahl 156327 durch 700 diuidirt so kommt für den Quotum heraus 223, für den Rest aber 227, wovon die Wahrheit gleich erhellet, wann man den Quotum 223 mit dem Diuisore 700 multiplicirt und zum Product 227 hinzuthut, da dann der vorgegebene Diuidendus 156327 herauskommt. Der Grund aber von dieser Operation bestehet darinn; daß man immer einerley Quotum findet, wann man den Diuisorem und den Diuidendum beyde mit einerley Zahl multiplicirt. Als wann man den Diuidendum und den Diuisorem beyde mit 10 oder mit 100 oder mit 1000 oder mit einer jeglichen anderen beliebten Zahl multiplicirt, so wird man immer eben denselben Quotum finden, der herauskommt wann man den blossen Diuidendum durch den blossen Diuisorem diuidirt. Dann da der Quotus mit dem Diuisore multiplicirt den Diuidendum herausbringt, so muß eben der Quotus mit einem 10 mahl grösseren Diuisore multiplicirt einen 10 mahl grösseren Diuidendum, mit einem 100 mahl grösseren Diuisore aber einen 100 mahl grösseren Diuidendum und so fort herfürbringen, wie aus der Multiplication genugsam bekannt ist. Da nun in dem gegebenen Exempel 1563 durch 7 diuidirt 223 für den Quotum gibt, 2 aber für den Rest, so muß 100 mahl 1563 das ist 156300 durch 100 mahl 7 das ist durch 700 diuidirt eben den Quotum nehmlich 223 geben. Der Rest aber, welcher ein Theil

des Diuidendi ist, so sich nicht weiter durch den Diuisorem diuidiren lässt, wird folglich auch 100 mahl grösser und also 200 seyn. Derowegen wann man 156300 durch 700 diuidirt so wird der Quotus 223 seyn, der Rest aber 200. Da nun 156327 nur um 27 grösser ist als 156300 und sich diese 27 durch den Diuisorem nicht diuidiren lassen, so kommen diese 27, wann man 156327 durch 700 diuidirt, noch mit zu dem Rest, so daß in diesem Fall der Quotus 223 bleibt, der Rest aber um 27 grösser und folglich 227 seyn wird. Wie nun die Wahrheit der gegebenen Regel in diesem Exempel ist dargethan worden, so findet eben dieser Grund in allen anderen dergleichen Exempeln Statt. Damit man aber in der Berechnung eines solchen Exempels selbst so wohl die weggeworfenen Nullen des Diuisoris als die weggeworfenen Figuren des Diuidendi vor Augen habe, so pflegt man dieselben nicht in der That wegzuwerfen, sondern nur mit Querstrichen abzuschneiden, wie in bey gesetztem Exempel zu ersehen ist.

3 3 4.
8 | 0 0 0) 2 7 5 6 | 3 8 9
Quotus. 3 4 4. Rest. 4 3 8 9

Allhier sollten 2756389 durch 8000 diuidirt werden, deswegen werden von den 8000 die drey Cyphren, von dem Diuidendo aber die 3 hintersten Figuren abgeschnitten, und nur die 2756 durch

durch 8 diuidirt, da dann 344 als der Quotus gefunden wird, der Rest aber ist, die würcklich gefundenen 4, oder wegen den 3 abgeschnittenen Figuren 4000 nebst den abgeschnittenen Figuren selbst nehmlich 389; so daß der völlige Rest, so bey diesem Exempel zurück bleibt, 4389 seyn wird. Hieraus erhellet nun eine sehr leichte Manier durch 10 oder 100 oder 1000 und so fort zu theilen, welches derjenige Fall ist, da die vor den Cyphren stehende einfache Zahl eine Unitæt ist. Dann da nachdem die Cyphren nach der gegebenen Regel abgeschnitten worden, nur durch 1 diuidirt werden muß, die Unitæt aber den Diuidendum nicht verändert, sondern den Quotum dem Diuidendo gleich hervorbringt, so sind die zurück gebliebenen Zahlen des Diuidendi, nachdem von dem Diuidendo so viel Figuren sind abgeschnitten worden, als Cyphren hinter der Unitæt im Diuisore stunden, der Quotus selbst; die abgeschnittenen Figuren aber geben den Rest. Also wann 76034820 durch 10000 diuidirt werden solleh, wie folgt

1 | 0000) 7603 | 4820

so ist 7603 der Quotus, 4820 aber der Rest.

8) **Wann der Diuisor eine zusammen gesetzte Zahl ist, so wird die Diuision folgender gestalt verrichtet. Erstlich werden von der lincken Hand von dem Diuidendo so viel Figuren abgeschnitten bis diese abgeschnittene**

Zahl grösser ist als der Diuisor und folglich durch denselben diuidirt werden kan. Hierauf sieht man wieviel mahl der Diuisor in dieser abgeschnittenen Zahl enthalten ist, und diese Anzahl gibt die erste Figur von der lincken Hand in den Quotum. Drittens multiplicirt man den Diuisorem durch die in Quotum geschriebene Zahl, und zieht das Product von dem gedachten Theil des Diuidendi ab, und an den Rest hängt man zur rechten die folgende Figur des Diuidendi an. Viertens sucht man wieviel mahl der Diuisor in dieser Zahl enthalten ist, und so viel schreibt man in den Quotum für die 2te Figur. Mit dieser Zahl multiplicirt man fünftens den Diuisorem und zieht das Product von jener Zahl ab. An den Rest hängt man die weiter folgende Figur des Diuidendi, und verfähret auf beschriebene Art, da man dann die 3te Figur in den Quotum bekommt. Und auf solche Weise fährt man fort, biß alle Figuren des Diuidendi betrachtet worden sind, da man dann den völligen Quotum haben wird, und was in der letzten Subtraction übergeblieben, das ist der Rest.

Die Diuision mit einem zusammen gesetzten Diuisore muß auf eben die Art angestellet werden als mit einem einfachen Diuisore; in beyden Fällen nehmlich müssen einerley Operationen und in eben der Ordnung ins Werck gesetzt werden.

Nur

Nur bestehet der Unterscheid darinn, daß mit einem einfachen Diuisore viel Operationen im Sinne vollbracht werden können, welche bey einem zusammen gesetzten Diuisore würcklich auf dem Papier geschehen müssen. Als wann man bey einem einfachen Diuisore eine jegliche Figur des Quoti mit dem Diuisore multiplicirt, und das Product von dem gehörigen Theil des Diuidendi abzieht, so geschieht beydes im Kopf, welche beyden Operationen aber, wann der Diuisor eine grosse Zahl ist, auf dem Papier würcklich berechnet werden müssen. Dieses wird nun deutlicher aus dem folgenden Exempel zu sehen seyn, in welchem wir 178093 durch 23 diuidiren wollen. Dieses Exempel pflegt nun erstlich solcher gestalt geschrieben zu werden.

Diuisor	Diuidendus	Quotus
23)	178093	(7743
	161	
	170	
	161	
	99	
	92	
	73	
	69	
	der Rest 4	

Wann man nun den Diuisor als eine einfache Zahl ansieht, und die Diuision auf die vorher

gekehrte Art anstellen will, so muß man anfänglich die 3 ersten Figuren des Diuidendi nehmlich 178 zusammen nehmen, und dieselben durch 23 diuidiren, weilen die erste nehmlich 1 und die zwey ersten 17 allein kleiner sind als der Diuisor, und sich also durch denselben nicht diuidiren lassen. Derowegen muß man suchen, wieviel mahl 23 in 178 begriffen ist, und was überbleibt; welches für den Anfang durch das probiren geschehen muß, ehe wir darzu einige Regeln geben können. Nun aber ist leicht zu sehen daß 23 in 178 nicht mehr als 7 mahl enthalten ist, weilen 8 mahl 23 schon 184 das ist mehr als 178 ausmacht. Demnach sagt man 23 ist in 178 sieben mahl enthalten, und schreibt sieben in den Quotum: und weilen 178 nicht Unitæten sondern Millenarios andeutet, so bedeuten auch die 7 im Quoto Millenarios; woraus also gleich zu sehen, daß im Quoto nach dem 7 noch 3 Figuren folgen müssen, nehmlich eben so viel, als im Diuidendo nach 178 folgen. Nun 23. mahl 7. Millenarii macht 161. Millenarios, welche von den 178 Millenariis abgezogen 17 Millenarios zurück lassen; diese Subtraction wird nun würcklich auf dem Papier verrichtet. Diese restierenden 17 Millenarii können nun nicht ferner durch 23 so diuidirt werden, daß einer oder mehr Millenarii in Quotum kommen, weilen 17 kleiner ist als 23; derowegen müssen diese 17 Millenarii in die folgende kleinere Sorte nehmlich in Centenarios ver-

verwandelt werden; und machen folglich 170 Centenarios aus. Wan nun im Dividendo auch Centenarii vorhanden wären, so müßten dieselben noch dazu gesetzt werden; weilen aber keiner da ist, so hat man nur diese 170 Centenarios durch 23 zu dividiren. 23 ist aber in 170 wiederum 7 mahl enthalten und deswegen kommen 7 Centenarii in den Quotum auf die Stelle der Centenariorum. Nun aber machen 23 mahl 7 Centenarii 161 Centenarios aus, welche von den 170 Centenariis subtrahirt 9 Centenarios zurück lassen. Diese 9 Centenarii machen ferner 90 Decades aus, zu welchen die 9 Decades, so im Dividendo sind, addirt 99 Decades ausmachen; welche 99 man ohne Rechnung bekommt, wann man nur die 9 aus dem Dividendo an den gefundenen Rest 9 anhängt. Nun sagt man 23 in 99 ist nur 4 mahl enthalten, dann 5 mahl 23 macht schon mehr als 99 nehmlich 115. Diese 4 sind nun Decades und kommen in den Quotum auf die Stelle der Decaden, 23 mahl 4 Decaden aber machen 92 Decaden, welche von den 99 abgezogen 7 Decaden zurück lassen. Diese 7 Decaden machen endlich 70 Unitæten, welche mit den 3 Unitæten des Dividendi 73 Unitæten betragen; oder man hat nur nöthig zu den übergebliebenen 7 die 3 hinzuzuschreiben. In 73 ist endlich 23 nur 3 mahl enthalten, welche 3 Unitæten sind, und also im Quoto auf die letzte Stelle geschrieben werden

müſſen. Weilen aber 3 mahl 23 nur 69 ausmacht, ſo müſſen dieſe 69 von den 73 abgezogen werden, da dann der Reſt 4 der wahre Reſt iſt, welcher in dieſer Diviſion zurück bleibt; ſo daß alſo der gefundene Quotus iſt 7743 und der Reſt 4. Aus dieſem Exempel ſind nun die Operationen leicht zu erſehen, welche bey dergleichen Diviſionen vorgenommen werden müſſen. Um dieſelben aber mit deſtoweniger Mühe anzuſtellen wollen wir nachfolgende Regeln an die Hand geben, welcher Grund aus dem angeführten leicht folget.

I. Wann erſtlich die Frage iſt, wieviel mahl der Diviſor in einem jeglichen Theil des Dividendi enthalten iſt, durch welche Operation wie in dem vorigen Exempel zu ſehen ein jeglicher Theil des Quoti gefunden wird, ſo iſt zu wiſſen, daß der Diviſor auf das höchſte 9 mahl darinn enthalten ſeyn könne, weilen durch eine ſolche Operation eine Zahl in den Quotum kommt, welche nicht gröſſer ſeyn kan als 9. Derowegen würde man auch mit dem probieren nicht viel Zeit verlieren, wann man den Diviſorem mit allen einfachen Zahlen multipliciren wollte, damit man ſo gleich ſehen könnte, welches Product am nächſten komme. Ja wann der Dividendus und Diviſor ſehr groſſe Zahlen ſind, und auch ſehr viel Zahlen in den Quotum kommen, ſo iſt ſehr dienlich, wann man ſich apart alle Product des Diviſoris durch einfache Zahlen aufſchreibt,

schreibt, wodurch man sich alsdann des multiplicirend, so bey einer jeden Operation vorkommt, enthebt. Bey kleineren Exempeln aber, da man sich diese Mühe nicht geben will, kan man sich folgender gestalt helfen. Erstlich stellt man sich alle Figuren des Diuisoris ausser der ersten als Cyphren vor, und siehet nach dem vorhergehenden Punckt, wieviel mahl alsdann dieser Diuisor in dem vorgelegten Theil des Diuidendi enthalten sey. Hernach stellt man sich die erste Figur um eins grösser vor, und sieht wiederum, wieviel mahl dieser Diuisor in derselben Zahl enthalten sey. Weilen nun von diesen 2 angenommenen Diuisoribus jener kleiner, dieser aber grösser ist als der wahre Diuisor, so wird jener Quotus zu groß dieser aber zu klein seyn. Man nimmt demnach für den Quotum eine mitlere Zahl welche jenem oder diesem Quoto näher kommt, je nach dem der wahre Diuisor jenem oder diesem näher ist. Mit diesem Quoto probirt man nun die Operation, und wann derselbe noch entweder zu groß oder zu klein gefunden wird, so muß man es mit einem kleineren oder grösseren probiren. Als in dem vorhergehenden Exempel, da die Frage war, wieviel mahl 23 in 178 enthalten sey, so diuidire man erstlich 178 durch 20 oder 17 durch 2, und dann 178 durch 30 oder 17 durch 3. Es wird also für den Diuisor 20 der Quotus 8 seyn; für den Diuisor 30 aber 5. Weilen nun der wahre Diuisor 23 dem ersteren

Diuisore

Diuiſori näher kommt, ſo muß auch der wahre Quotus dem 8 näher ſeyn als dem 5, wie er dann auch 7 iſt gefunden worden. Kommt aber der Diuiſor einem von den zweyen, welche angenommen werden, gar um viel naher als dem anderen, ſo hat man auch nur mit dem näheren allein zu probiren, und zwar mit dieſer Vorſichtigkeit, daß wann der kleinere näher kommt der Quotus bisweilen nur um ein Unitæt zu groß, im andren Fall aber zu klein herauskomme. Auf dieſe Art nimmt man alſo anſtatt des wahren Diuiſoris ſolche an, welche aus einer einfachen Zahl mit daran gehängten Cyphren beſtehen, mit welchen die Diuiſion oder vielmehr nur die Findung des Quoti, indem der Reſt nicht von nöthen, nach dem vorhergehenden Punckt eben ſo leicht als mit einfachen Zahl bewerckſtelliget wird. Als wann die Frage iſt, wieviel mahl 319 in 1268 enthalten ſey, ſo ſehe ich nur wieviel mahl 300 darinn enthalten ſey, und probire nicht ein mahl mit 400, weilen 319 jener Zahl weit näher kommt als dieſer. Um aber zu finden wieviel mahl 300 in 1268 enthalten ſey, ſo darf man nur ſehen wieviel mahl 3 in 12 begriffen ſey, welches 4 mahl iſt, alſo wird der Quotus 4 ſeyn, oder auf das höchſte nur 3. Wann aber geſucht wird, wieviel mahl 2976 in 15873 enthalten ſey, ſo bediene man ſich nur des Diuiſoris 3000 allein, und diuidire alſo 15 durch 3, ſo wird der Quotus 5 der wahre Quotus ſeyn. Vermittelſt dieſer

dieſer Anleitung wird man nun leicht finden können, wieviel mahl ein jeglicher vorgegebener Diuiſor in einem jeden Theil des Diuidendi enthalten ſey, und wird alſo die Figuren, aus welchen der Quotus beſteht, finden können. Durch eine fleißige Ubung aber wird man ſich dieſe Arbeit ſehr erleichtern.

II. Weilen es aber auf dieſe Art geſchehen kan, daß man den Quotum um eins entweder zu groß oder zu klein angenommen, ſo kan man dieſes auf folgende Art leicht innen werden, und alſo corrigiren. Nehmlich wann der Quotus zu groß iſt angenommen worden, ſo kan man daſſelbe gleich mercken, wann man nur den Diuiſorem damit multiplicirt, und das Product gröſſer iſt als der Theil des Diuidendi, davon daſſelbe abgezogen werden ſollte. Iſt aber dieſes Product kleiner, ſo daß die Subtraction geſchehen kan, der Reſt aber, der überbleibt ſo groß oder gröſſer als der Diuiſor, ſo iſt dieſes eine Anzeige, daß man den Quotum zu klein angenommen, und denſelben alſo um eins gröſſer annehmen müſſe. Vermittelſt dieſer Regeln kan man ſich nun leicht vorſehen, daß man keinen Fehler begeht.

9) **Hieraus folget nun dieſe Regel für die** Diuiſion: **Nach dem man den** Diuiſorem **für den** Diuidendum **geſetzet, ſo werden von dem** Diuidendo **zur lincken entweder ſo viel Figuren, als der** Diuiſor **hat, abgeſchnitten,**

ten, wann nehmlich dieser Abschnitt eine so grosse oder grössere Zahl austragt als der Diuisor ist: oder in widrigem Falle eine mehr. Hierauf sieht man wieviel mahl der Diuisor in diesem Abschnitt enthalten ist, und die gefundene Anzahl schreibt man in Quotum als die erste Figur zur lincken. Mit diesem Quoto multiplicirt man den Diuisorem und subtrahirt das Product von dem Abschnitt des Diuidendi. An den Rest hängt man die nach dem Abschnitt folgende Figur des Diuidendi an, und sucht wiederum wieviel mahl der Diuisor in dieser Zahl enthalten ist; welche Zahl die zweyte Figur des Quoti gibt, und mit dieser multiplicirt man wieder den Diuisorem, subtrahirt das Product von jener Zahl und hängt an den Rest die folgende Figur des Diuidendi. In dieser Zahl sucht man ferner wieviel mahl der Diuisor enthalten ist, und verrichtet eben die vorigen Operationen, bis man den völligen Quotum bekommen. Was bey der letzten Subtraction zurückbleibt, ist der Rest, so bey der Diuision noch übrig ist.

Der Grund von diesen Operationen ist schon im vorhergehenden deutlich genug dargethan worden, und derowegen ist zu fernerer Erklärung dieser Regel nicht mehr nöthig, als daß wir dieselbe durch etliche Exempel weiter zum Gebrauch anwenden.

Laß

Laß uns demnach diese Zahl 943769703 durch 251 diuidiren, welche Operation also wie folgt, geschehen wird.

Diuisor	Diuidendus	Quotus
251)	943|769703	(3760038
	753	
	1907	
	1757	
	1506	
	1506	
	970	
	753	
	2173	
	2008	
der Rest	165	

Da der Diuisor aus 3 Figuren bestehet, so werden von dem Diuidendo nur 3 Figuren abgeschnitten nehmlich 943, weilen diese Zahl schon grösser ist als der Diuisor. In diesem Abschnitt ist nun der Diuisor 3 mahl enthalten, und deswegen schreibt man 3 als die erste Figur in den Quotum, und multiplicirt durch 3 den Diuisor, das Product 753 schreibt man unter den Abschnitt und subtrahirt. An den Rest 190 hängt man die nach dem Abschnitt folgende Figur des Diuidendi nehmlich 7, und sucht wieviel mahl der Diuisor in 1907 enthalten ist. Dieses ist nun 7 mahl, und schreibt deswegen 7 in den Quotum.

Mit

Mit 7 multiplicirt man ferner den Diuiſorem und ſubtrahirt das Product 1757 von den 1907, zum Reſt 150 ſchreibt man die folgende Figur des Diuidendi nehmlich 6 da man dann 1506 haben wird. In dieſen 1506 iſt nun der Diuiſor 6 mahl enthalten, weswegen 6 in den Quotum geſetzet, und damit der Diuiſor multiplicirt wird. Das Product ſo eben auch 1506 ausmacht wird alſo von 1506 abgezogen, da dann nichts übrig bleibt. Wann man nun nach der Regel die folgende Zahl des Diuidendi 9 dazu ſchreibt ſo hat man nur 9, in welcher Zahl der Diuiſor kein mahl begriffen iſt; derowegen ſchreibt man o in den Quotum, und da o mahl 251 auch o ausmacht, und o von 9 ſubtrahirt 9 zurück läßt, ſo iſt unnöthig dieſe Operation hinzuſchreiben, ſondern man betrachtet gleich dieſe 9 als den Reſt, und ſchreibt dazu die folgende Figur 7. Man hat alſo 97, in welcher Zahl der Diuiſor wiederum kein mahl begriffen iſt, und ſchreibt deswegen wieder o in Quotum, da dann eben die 97 der Reſt ſeyn werden. Hieran hängt man ferner die folgende Figur des Diuidendi nehmlich o, ſo hat man 970, in welcher Zahl der Diuiſor nunmehr 3 mahl enthalten iſt. Derowegen ſchreibt man 3 in den Quotum, und das Product des Diuiſors durch 3, nehmlich 753 ſubtrahirt man von 970, da dann 217 überbleibt. Hierzu wird endlich die letzte Zahl des Diuidendi 3 geſchrieben, und da 251 in 2173, acht

acht mahl enthalten ist, 8 in Quotum gesetzt. Nun 8 mahl 251 macht 2008, welche Zahl von 2173 abgezogen 165 zurück läßt. Diese 165 sind demnach der Rest, und 3760038 der gesuchte Quotus. Dieses Exempel ist deswegen beygebracht worden, damit man sehe, wie o in den Quotum kommen könnten, und, damit man dieselben nicht vergesse, dahin zu schreiben. Dann so oft eine Zahl von dem Dividendo herabgeschrieben wird, so oft muß eine Figur in den Quotum kommen, es sey gleich eine würckliche Zahl oder eine Cyphre. Und deswegen muß die Anzahl der Figuren des Quoti allzeit um eins grösser seyn, als die Anzahl der Figuren, welche im Dividendo nach dem Abschnitt folgen. Es sollen ferner 255543000 durch 827 dividirt werden wie folgt.

827) 2555|43000 (309000
2481
7443
7443
000

In diesem Exempel, da der Divisor wieder aus 3 Figuren besteht, muß der Abschnitt aus 4 Figuren bestehen, weilen 3 Figuren 255 kleiner sind als der Divisor, und folglich eine o zu Anfang im Quotum kommen würde, welche von keiner Bedeutung und also überflüßig ist. Wenn

nun 2555 durch 827 dividirt werden, so kommen 3 in Quotum und bleiben 74 über. Zu diesen 74 schreibe man die folgende Figur des Dividendi 4, so hat man 744 in welcher Zahl der Divisor kein mahl enthalten ist, weswegen man in Quotum eine o setzt, und zu den 744 gleich die folgende Figur 3 herabschreibt. In 7443 ist nun der Divisor 9 mahl enthalten; welche 9 in Quotum gesetzt werden. 9 mahl 827 macht aber gleich 7443, weswegen in der Subtraction nichts zurück bleibt. Die folgende Figur des Dividendi o herabgeschrieben, gibt in Quotum eine o, ingleichem auch die zwey letzten oo des Dividendi; und da o mit dem Divisor multiplicirt o gibt, und o von o subtrahirt o zurückläßt, so wird der Rest o seyn, und der Quotus 309000. Gleichwie ferner im 7ten Punckt ist gewiesen worden, daß die Division durch eine einfache Zahl mit daran gehängten Cyphren auf eben die Art verrichtet werden könne, als mit der einfachen Zahl allein: a so ist auch aus eben denselben Gründen leicht zu ersehen, daß dieses auch statt habe bey Divisoren, welche aus zusammen gesetzten Zahlen mit daran gehängten Cyphren bestehen. Nehmlich man kan gleichergestalt die Ziffern von dem Divisore und eben so viel Figuren von dem Dividendo abschneiden, und solcher gestalt den Quotum suchen. Um aber den Rest zu haben, muß man zu dem durch diese Division gefundenen Rest, die vom Dividendo abgeschnitte-

lenen Figuren hinzuschreiben. Als wann zum Exempel 1307629 durch 3700 diuidirt werden sollen, so wird die Operation folgender gestalt stehen.

Diuisor	Diuidendus	Quotus
37|00)	1 3 0|7 6|2 9	(353
	1 1 1	
	1 9 7 ...	
	1 8 5	
	1 2 6	
	1 1 1	
der Rest	1 5 2 9	

Weilen nun diese Anleitung zur Diuision hinlänglich ist, und zu einer fertigen Ausübung der gegebenen Regeln weiter nichts als ein fleißiges Exercitium erfordert wird, so wollen wir, um den Gebrauch der Diuision im gemeinen Leben zu zeigen, einige Exempel hinzufügen.

Exempel.

1. Neunzehen Personen haben unter sich die Summ von 71098 Rubl. so zu theilen, daß einjeder davon so viel bekomme als der andere. Nun ist die Frage, wieviel einjeder bekommen werde.

Antw. Weilen ein jeder so viel bekommen soll als der andre, so muß diese Summ von 71098 Rubl. in 19 gleiche Theile

zertheilet werden. Dieſes geſchieht aber wann man 71098 durch 19 dividirt, da dann der Quotus anweiſen wird, wieviel Rubl. einer Perſon zukommen. Die Operation iſt alſo wie folget:

```
19) 71098 (3742
    57
    ---
    140
    133
    ---
      79
      76
      --
       38
       38
       --
        0
```

Es wird demnach eine Perſon gerad 3742 Rubl. bekommen; und nichts zurück bleiben. Weilen dieſe Diviſion ohne einigen Reſt aufgegangen.

II. Ein Vater hinterläßt ſeinen drey Söhnen 39690 Rubl. welche krafft des Teſtaments ſolcher geſtalt unter dieſelben ſollen getheilet werden, daß der älteſte zwey mahl ſo viel davon bekomme als der mitlere, der mitlere aber zwey mahl ſo viel als der jüngſte. Nun iſt die Frage, wieviel ein jeder davon zu erben habe

Antw. Da der mitlere zwey mahl ſo viel bekommen ſoll als der jüngſte, der älteſte aber

aber 2 mahl so viel als der mitlere, so wird wann der jüngste seine Portion bekommen, der mitlere zwey, der älteste aber 4 dergleichen Portionen empfangeu. Solcher Portionen, welche unter sich gleich, sind also 7; und deswegen muß die gantze Verlassenschaft in 7 gleiche Theile zertheilet werden, davon 1 Theil dem jüngsten, 2 dem mitleren, und die übrigen 4 dem ältesten zukommen müssen. Man hat derohalben nur die Summ von 39690 Rubl. durch 7 zu diuidiren, so wird der Quotus, nehmlich 5670 Rubl. die Grösse einer Portion dargeben. Folglich bekommt der jüngste Sohn 5670 Rubl. der mitlere 11340 Rubl. und der älteste 22680 Rubl.

III. Unter eine gewisse Anzahl Soldaten werden 748818 Rubl. so ausgetheilet, daß einjeder 283 Rubl. bekommt. Also ist die Frage wieviel Soldaten gewesen seyn?

Antw. Da einjeder Soldat 283 Rubl. bekomt, so muß, wann man 283 mit der Anzahl der Soldaten multiplicirt die vorgegebene Summ, nehmlich 748818 herauskommen. Diese Frage läufft also dahin aus, daß man eine Zahl finde, welche mit 283 multiplicirt 748818 herausbringe. Dieses geschieht nun durch die Diuision, wann man 748818 durch 283 diuidirt; dann da hat der gefundene Quotus diese Eigenschaft, daß

derſelbe mit dem Quotiente 283 multiplicirt 748818 gibt. Derowegen um die Anzahl der Soldaten zu finden, darf man nur 748818 durch 283 dividiren, da dann der Quotus die verlangte Anzahl der Soldaten anzeigen wird, wie folgt.

```
283) 748818 (2646
     566
     1828
     1698
     1301
     1132
      1698
      1698
         0
```

Die Anzahl der Soldaten iſt demnach 2646 Mann.

IV. Wer um den gantzen Erd-Boden herum reiſen will, muß einen Weg von 132300000 Engliſchen Schuhn abſolviren. Nun iſt die Frage, wieviel ſolcher Schuh auf einen Grad, ingleichem auch auf eine Werſte gehen.

Antw. Der Umkreiß um die Erde pflegt in 360 Grad getheilt zu werden, wann man alſo 132300000 durch 360 dividirt, ſo wird der Quotus, welcher 367500 iſt, anzeigen wieviel Schuhe auf einen Grad gehen.

Ferner hält ein Grad 105 Werste, derowegen wann man 367 50 nehmlich die Anzahl der Schuhe, so einen Grad ausmachen, durch 105 dividirt, so wird der Quotus zeigen, wieviel Schuh auf eine Werste gehen. Der Quotus aber wird gefunden 3500. Derowegen werden 2675 00 Englische Schuh einen Grad auf dem Erd-Boden, 3500 Schuh aber eine Rußische Werste ausmachen.

Cap. VI.

Von den Brüchen und der Natur derselben überhaupt

I.

Kann in der Division der Divisor und der Dividendus so beschaffen sind, daß die Operation ohne Rest nicht vollzogen werden kan, so wird der Quotient, welcher anzeigt, wieviel mahl der Divisor in dem Dividendo enthalten ist, ein Bruch genannt.

Wir haben schon in dem vorigen Capitel bey N. 3 angemercket, daß nicht bey einer jeglichen Division der gesuchte Quotus accurat in gantzen Zahlen könne angezeiget werden, da wir uns dann begnügen muſten, die nächste kleinere Zahl darfür anzunehmen, und dabey den Rest anzumercken.

mercken. In diesen Fällen ist demnach der daselbst gefundene Quotus nicht der wahre Quotus: sondern dazu muß noch der herauskommende Rest in Betrachtung gezogen werden, um einen hinlänglichen Begriff zu haben, wieviel mahl der Diuisor in dem Diuidendo enthalten sey. Als wann 17 durch 5 getheilet werden soll, so finden wir durch die daselbst gegebenen Regeln, daß der Quotus 3, und dazu noch ein Rest nehmlich 2 sey. Hieraus erhellet, daß 5 in 17 mehr als 3 mahl enthalten, und folglich der wahre Quotus gröſſer als 3 seyn müsse. Dann da 5 in 15 drey mahl enthalten ist, so muß 5 in 17 nothwendig mehr als 3 mahl begriffen seyn. Dennoch aber ist 5 in 17 auch nicht gar 4 mahl enthalten, weilen 20 diejenige Zahl ist, welche 5 vier mahl in sich begreifft. Aus diesem folget also, daß der wahre Quotus, welcher anzeigen soll, wieviel mahl 5 in 17 enthalten sey, gröſſer als 3 und doch kleiner als 4 seyn müsse. Da sich nun zwischen 3 und 4 keine gantze Zahl befindet, so kan auch dieser Quotus keine gantze Zahl seyn; unterdessen aber ist derselbe doch eine Gröſſe oder Zahl, indem man sagen kan, daß derselbe Quotus gröſſer als 3 und kleiner als 4 sey. Diese Art von Zahlen nun, welche keine gantze Zahlen sind, werden Brüche oder gebrochene Zahlen genennt. Der wahre Quotus also, welcher anzeigt, wieviel mahl 5 in 17 enthalten sey, ist folglich ein Bruch, das ist keine gantze Zahl; und von diesem Bruch

erhalten wir zugleich aus dieſem ſeinem Urſprung einen deutlichen Begriff, indem derſelbe eine Zahl iſt, welche anzeigt, wieviel mahl 5 in 17 enthalten iſt.

2) **Ein Bruch oder gebrochene Zahl, das iſt der wahre Quotus, welcher aus einer Diviſion, da der Diviſor in dem Dividendo nicht juſt etliche mahl enthalten iſt, entſpringt, pflegt alſo geſchrieben zu werden: Man ſchreibet den Diviſor unter den Dividendum, und zieht dazwiſchen eine Linie. Ein Bruch alſo auf dieſe Art geſchrieben deutet an, wieviel mahl die unter der Linie ſtehende Zahl in der darüber ſtehenden enthalten ſey.**

Da wir ſchon einen kleinen Begriff von einem Bruche erlanget, in dem derſelbe eine Zahl iſt, welche anzeiget, wieviel mahl eine gegebene Zahl in einer anderen enthalten ſey, ſo wird erfordert, daß wir einen ſolchen Bruch auf eine bequeme Art auszudrücken ſuchen. Weilen nun bey einem Bruch nach ſeinem Urſprung zwey Zahlen in Betrachtung kommen, nehmlich der Dividendus und der Diviſor; maſſen der Bruch den Quotum anzeigt, welcher aus einer ſolchen Diviſion entſpringt: ſo müſſen auch in der Schreib-Art, dadurch der Bruch ausgedrückt wird, dieſe beyden Zahlen vorkommen. Dieſes geſchieht nun ſehr bequem auf die angeführte Art, da der Dividendus über den Diviſor geſetzet und eine Linie dazwiſchen gezogen wird. Dann auf

Diese Weise erkennt man zugleich den Ursprung und Werth eines Bruches; in dem auf diese Art der Quotus angedeutet wird, welcher herauskommt, wann man die obere Zahl durch die untere dividirt. In dem vorher gegebenen Exempel, da 17 durch 5 sollte dividirt werden, wird also der Quotus, welcher ein Bruch ist, auf diese Art angezeiget $\frac{17}{5}$. Durch diese Schreib-Art wird demnach ein Bruch ausgedrucket, und daraus erkennt man zugleich, was dasselbe für ein Bruch sey; nehmlich $\frac{17}{5}$ ist ein Bruch, und deutet an, wieviel mahl 5 in 17 enthalten sey, oder dieser Bruch ist der wahre Quotus, der herauskommt, wann man 17 durch 5 dividirt. Gleichergestalt wann 8 durch 7 getheilet werden soll, so ist der Quotus keine ganze Zahl, sondern ein Bruch und wird also geschrieben $\frac{8}{7}$. Und durch diese Schreib-Art $\frac{5}{3}$ wird der Quotus angedeutet, welcher herauskommt, wann man 5 durch 3 dividirt.

3) **Um einen Bruch mit den ganzen Zahlen besser zu vergleichen, so ist zu mercken, daß wann die Untere oder ein ganzes in so viel gleiche Theile zertheilet wird, als die unter der Linie stehende Zahl ausweist, alsdann der Bruch so viel dergleichen Theile enthalte, als die obere Zahl anzeige.**

Diese Art sich einen Begriff von dem Werth eines Bruchs zu machen, scheinet zwar von der vorigen

vorigen unterschieden zu seyn, kommt aber in der That mit derselben sehr genau überein. Wann nehmlich dieser Bruch $\frac{7}{4}$ vorgegeben ist, so deutet derselbe nach der ersten Art den Quotum an, welcher herauskommt, wann mann 7 durch 4 dividirt. Nach dieser Art aber sagen wir, daß wann ein gantzes in 4 gleiche Theile getheilet wird, der Bruch 7 dergleichen Theile andeute und in sich begreiffe. Die Ubereinstimmung aber dieser zwey verschiedenen Arten den Werth eines Bruchs zu beschreiben kan auf diese Weise gewiesen werden. Da $\frac{7}{4}$ den Quotum andeutet, der herauskommt, wann man 7 durch 4 dividirt, so wird dadurch der vierte Theil von 7 angezeiget, dann 7 durch 4 dividiren ist nichts anders als den vierten Theil von 7 finden. Woraus erhellet daß ein jeglicher Bruch nichts anders bedeute, als den so vielten Theil der obstehenden Zahl, als die unten stehende ausweiset; welches wieder eine neue Art ist sich den Werth eines Bruchs vorzustellen. Weilen nun um bey dem gegebenen Exempel von $\frac{7}{4}$ zu bleiben, 7 sieben mahl grösser ist als 1, so muß folglich auch der vierte Theil von 7, sieben mahl grösser seyn als der vierte Theil von 1. Wann demnach 1 in 4 gleiche Theile getheilet wird, so ist einer derselben der vierte Theil von 1, und also $\frac{7}{4}$ sieben mahl grösser als ein solcher Theil. Woraus folget daß dieser Bruch $\frac{7}{4}$ sieben dergleichen Theile andeute,

derer

derer 4 ein gantzes oder eine Unitæt ausmachen. Aus dieſem Exempel iſt nun leicht zu beareiffen, daß ein jeglicher Bruch, wann man die Unitæt oder ein gantzes in ſo viel gleiche Theile eintheilet als die untere Zahl anzeiget, ſolcher Theile ſo viel in ſich begreiffe, als die obere Zahl anzeiget. Und hieraus verſteht man zugleich, daß dieſe Art mit der vorigen auf das genaueſte übereinſtimme.

4) **Wann ein Bruch auf vorbeſagte Art geſchrieben iſt, ſo wird die über der Linie ſtehende Zahl der Zehler, die untere aber der Nenner genannt. Ein jeder Bruch aber wird alſo ausgeſprochen; erſtlich nennt man den Zehler, und darauf den Nenner mit Hinzuſetzung des Worts Theil. Als dieſer Bruch $\frac{5}{12}$ wird ausgeſprochen, fünf zwölfte Theil.**

Nach dem Urſprung der Brüche aus der Diuiſion iſt die obere Zahl der Diuidendus die untere aber der Diuiſor. Die jetzt gegebene Benennung aber hat ihren Grund in der eben vorher angezeigten Eigenſchaft der Brüche, da einjeder Bruch, wann die Unitæt oder ein gantzes in ſo viel gleiche Theile getheilet wird als die untere Zahl anzeiget, dergleichen Theile ſo viel in ſich begreifft als die obere Zahl ausweiſt. Dann da die obere Zahl die Anzahl ſolcher Theile angibt, ſo wird dieſelbe daher füglich der Zehler genannt. Die untere Zahl heißt aber deswegen der Nenner, weil dieſelbe die Art dieſer Theile benennet, in dem ſie an-

anzeigt, wieviel dergleichen Theile ein gantzes ausmachen. Alſo iſt in dieſem Bruch $\frac{7}{10}$ die obere Zahl 7 der Zehler, die untere Zahl 10 aber der Nenner. Und da man ſich den Inhalt alſo vorſtellt, daß, wann die Unität oder ein gantzes in zehen gleiche Theile getheilet würde, derſelbe 7 dergleichen Theile in ſich enthalte; ſo kan derſelbe alſo füglich mit Worten ausgeſprochen werden, ſieben zehente Theile eines gantzen. Dann weilen man ſich hier die Unität in zehen gleiche Theile getheilet vorſtellt, ſo iſt ein ſolcher Theil der zehnte Theil eines gantzen, und ſieben dergleichen, ſo viel nehmlich der Bruch $\frac{7}{10}$ begreifft, ſind ſieben zehnte Theile eines gantzen. Der letzten Zuſatz aber eines gantzen, weilen derſelbe bey allen Brüchen vorkommt, pflegt gemeiniglich der Kürtze halben ausgelaſſen zu werden, ſo daß dieſer Bruch $\frac{7}{10}$ nur ſieben zehnte Theil genannt wird. Gleichergeſtalt heiſſt dieſer Bruch $\frac{15}{28}$ fünfzehn acht und zwantzigſte Theil, und dieſer $\frac{3}{4}$ drey vierte Theil. Iſt der Zehler 1 ſo deutet ein ſolcher Bruch einen ſolchen Theil an, dergleichen ſo viel, als der Nenner anzeiget, ein gantzes ausmachen. Demnach heiſſt dieſer Bruch $\frac{1}{3}$ ein dritter Theil, oder welches gleichviel ein Drittel; alſo heiſſt $\frac{1}{4}$ ein Viertel; $\frac{1}{5}$ ein Fünftel, und ſo fort. Iſt aber der Nenner 2, ſo wird anſtatt zweyte Theil oder Zweytel geſagt

sagt halbe, als $\frac{1}{2}$ heisst ein halbes, $\frac{3}{2}$ drey halbe, und so fort an. Hieraus lässt sich nun so wohl die Schreib-Art als Benennung der Brüche leicht verstehen; zu Erkennung des Werths oder wahren Inhalts der Brüche aber wird ausser dem, was schon allbereits ist angebracht worden, folgendes dienen.

5) **Ist in einem Bruch der Zehler kleiner als der Nenner, so ist auch der Bruch selber kleiner als ein gantzes oder als 1. Ist aber der Zehler grösser als der Nenner, so ist auch der Inhalt des Bruchs grösser als 1. Ein Bruch aber, da der Zehler dem Nenner gleich ist, hält just ein gantzes.**

Die Wahrheit dieses, was hier ist vorgebracht worden, lässt sich aus den beyden Arten nach denen wir uns die Brüche vorgestellt, leicht erweisen. Dann da nach der ersten Art ein Bruch den wahren Quotum anzeiget, welcher herauskommt, wann man die obere Zahl durch die untere diuidirt: so ist klar, daß wann die obere Zahl kleiner ist als die untere, diese in jener nicht ein mahl, sonderen weniger mahl darinnen enthalten sey; weswegen in solchem Fall der Quotus das ist der Inhalt des Bruchs kleiner als 1 seyn muß. Als $\frac{3}{7}$ deutet den Quotum an, welcher herauskommt, wann man 3 durch 7 diuidirt. Nun aber ist 7 in drey nicht ein mahl enthalten, dann 1 mahl 7 macht 7, das ist mehr

als

als 3; dennoch aber ist 7 in 3 mehr als kein mahl oder o mahl enthalten, dann o mahl 7 macht o, das ist weniger als 3. Hieraus folget also daß dieser Bruch $\frac{3}{7}$ oder der wahre Quotus, so herauskommt, wann 3 durch 7 diuidirt wird, kleiner sey als 1, und doch grösser als nichts. Auf gleiche Weise sieht man, daß wann die obere Zahl grösser ist als die untere, alsdann diese in jener mehr als ein mahl enthalten und folglich der Inhalt des Bruches grösser als 1 seyn müsse. Also ist $\frac{7}{5}$ grösser als 1, dann wann ich 7 durch 5 diuidire, so kommt in Quotum 1 und bleibt noch 2 über, weswegen der wahre Quotus das ist, der Werth des Bruchs $\frac{7}{5}$ grösser seyn muß als 1. Ingleichem gibt es auch Brüche welche grösser sind als 2, 3, 4, und so fort; als $\frac{15}{4}$ ist grösser als 3, und $\frac{30}{7}$ grösser als 4, wie aus der Diuision erhellet. Daß aber ein Bruch, in welchem der Zehler dem Nenner gleich ist, just 1 ausmache, lässt sich hieraus auch leicht ersehen. Dann da die obere Zahl der unteren gleich ist, so ist diese in jener just ein mahl enthalten, und also der wahre Quotus 1. Nehmlich $\frac{4}{4}$ ist so viel als 1: dann $\frac{4}{4}$ ist der Quotus so herauskommt, wann man 4 durch 4 diuidirt; dieser Quotus aber ist 1 ohne Rest, und also ist $\frac{4}{4}$ so viel als 1. Gleicher massen gibt es auch Brüche, welche 2, 3, oder eine andere ganze

Zahl

Zahl ausmachen: also ist $\frac{6}{3}$ so viel als 2; $\frac{12}{4}$ so viel als 3. Dergleichen Brüche aber sind eigentlich keine Brüche, in dem ihr Werth durch gantze Zahlen angegeben werden kan. Weilen aber doch die Schreib-Art die Gestalt eines Bruchs hat, so werden solche Brüche Schein-Brüche oder scheinbare Brüche genennt, und werden in der Brüche-Rechnung auch gebraucht. Solche Schein-Brüche sind alle diejenige, deren Nenner 1 ist; dann da eine jegliche Zahl durch 1 dividirt selbst wieder herauskommt, so trägt ein solcher Bruch eben so viel aus, als sein Zehler anzeiget. Nehmlich $\frac{7}{1}$ ist 7, und $\frac{13}{1}$ ist 13. Auf diese Art kan also eine jede gantze Zahl in die Gestalt eines Bruchs gebracht werden, welches in der Bruch-Rechnung öfters nöthig ist. Alles dieses aber, was wir aus unserem ersten Begriff der Brüchen hergeleitet, folget gleicher massen auch aus dem anderen und noch leichter. Dann da man ein gantzes in so viel Theile theilt, als der Nenner eines Bruchs anzeiget, und der Bruch selbst alsdann dergleichen Theile so viel enthält, als der Zehler anweist; so ist klar daß wann der Zehler dem Nenner gleich ist, alsdann der Bruch eben so viel Theile enthalte, als ein gantzes ausmachen, und folglich selbst ein gantzes betrage. Und weilen ferner ein gantzes so viel Theile hält, als der Nenner ausweist, so muß ein Bruch, dessen Zehler kleiner ist als der Nenner,

kleiner

kleiner als 1, und ein Bruch dessen Zehler grosser ist als der Nenner grösser als 1 seyn. Dann in jenem Fall sind weniger Theile, in diesem aber mehr enthalten als zu einem ganzen erfordert werden.

6) **Ein Bruch welcher grösser ist als 1, oder in welchem der Zehler grösser ist als der Nenner, kan folgender gestalt in zwey Glieder zerleget werden, davon eines eine ganze Zahl, das andere aber ein Bruch ist, welcher kleiner als ein ganzes.** Nehmlich man diuidirt den Zehler durch den Nenner auf die in der Diuision beschriebene Art, und da gibt der Quotus das eine Glied nehmlich die ganze Zahl, der Rest aber gibt für das zweyte gebrochene Glied den Zehler, wozu der vorige Nenner genommen wird.

Um den Inhalt dieses Satzes deutlicher zu machen, so sey gegeben dieser Bruch $\frac{20}{3}$; welcher grösser ist als 1, weilen der Zehler grösser ist als der Nenner. Nun um zu wissen wieviel ganze in diesem Bruch enthalten sind, und ausser denselben was für ein Bruch, so diuidirt man den Zehler 20 durch den Nenner 3; da dann in Quotum 6 ganze kommen und noch 2 für den Rest zurück bleiben. Dieser Rest 2 gibt nun den Zehler des Bruchs, dessen Nenner ist 3 nehmlich $\frac{2}{3}$. Hierauf sagt man daß der vorgelegte Bruch $\frac{20}{3}$ so viel sey als 6 ganze nebst $\frac{2}{3}$,

welche gantze Zahl nebſt dem Bruch alſo geſchrieben zu werden pflegt $6\frac{2}{3}$; da der Bruch hinter die gantze Zahl geſetzt wird, und heiſſt eine ſolche Ausdruckung eine gantze Zahl nebſt einem Bruch. Alſo iſt $\frac{20}{3}$ eben ſo viel als $6\frac{2}{3}$; gleichergeſtalt iſt $\frac{33}{7}$ ſo viel als $4\frac{5}{7}$; und $\frac{51}{11}$ ſo viel als $4\frac{7}{11}$. Dann wann man 33 durch 7 dividirt ſo kommen in Quotum 4 gantze, und in Reſt 5 woraus der angehängte Bruch $\frac{5}{7}$ entſtehet. Dividirt man aber 51 durch 11 ſo kommen in Quotum 4 gantze und reſtiren noch 7 daher der Bruch $\frac{7}{11}$ entſpringet. Auf dieſe Art erkennt man alſo gleich, wieviel gantze in einem Bruche enthalten ſind, und was für ein Bruch noch auſſer denſelben dazu gehöre. Man findet nemlich eine gantze Zahl nebſt einem Bruche, welche zuſammen eben ſo viel ausmachen, als der vorgelegte Bruch. Durch dieſe Operation erhält man alſo einen deutlichern Begriff von einem Bruch, indem man erkennet, wieviel derſelbe gantze und nebſt denſelben noch was für einen Bruch in ſich begreiffe. Es iſt aber klar, daß dieſer angehängte Bruch allezeit kleiner ſeyn als ein gantzes, dann ſein Zehler iſt der aus der Diviſion entſprungene Reſt, welcher allezeit kleiner iſt als der Theiler, ſo zum Nenner gemacht wird. Dieſemnach wird die Erkenntniß eines jeglichen Bruches, ſo gröſſer iſt als ein gantzes, auf die Erkentniß

kentniß eines Bruches der kleiner ist als 1 gebracht, so daß wer sich einen deutlichen Begriff von Brüchen die kleiner sind als 1, zuwegen gebracht hat, derselbe zugleich von allen anderen Brüchen einen deutlichen Begriff erhält. Also wer weiß was $\frac{1}{3}$ ist, derselbe weiß zugleich was $\frac{10}{3}$ bedeutet, in dem $\frac{10}{3}$ so viel ist als $3\frac{1}{3}$ das ist 3 gantze nebst $\frac{1}{3}$. Dieses dienet nun zur Erläuterung und Gebrauch der gegebenen Regel; der Grund davon aber weiset sich leicht aus der Natur der Brüche. Dann da der Inhalt eines jealichen Bruchs nichts anders ist als der wahre Quotus so herauskommt, wann man die obere Zahl, das ist den Zehler durch die untere oder den Nenner diuidirt; so kan dieser Inhalt durch die würckliche Diuision gefunden werden. Durch die Diuision findet man aber erstlich eine gantze Zahl in den Quotum, welche aber nicht den völligen und wahren Quotum ausmacht, wann noch ein Rest vorhanden ist. Dann um den völligen Quotum zu bekommen, so müste noch der Rest durch den Diuisor diuidirt, und was herauskommt zu dem gefundenen Quoto gesetzt werden. Diese Diuision des Rests nun durch den Diuisorem geschieht vermittelst eines Bruchs da der Rest zum Zehler, der Theiler aber zum Nenner genommen wird. In solchem Fall ist also der wahre Quotus nichts anders als der gefundene Quotus in gantzen Zahlen nebst dem

Bruch deſſen Zehler der Reſt, der Nenner aber der Theiler oder des vorigen Bruchs Nenner ſelbſt iſt. Da alſo ein jeder Bruch nichts anders iſt, als der völlige Quotus, der herauskommt, wann man den Zehler durch den Nenner diuidirt, ſo iſt derſelbe auch gleich dem auf beſchriebene Art durch die Diuiſion gefundenen völligen Quoto; nehmlich der durch die Diuiſion für den Quotum gefundenen gantzen Zahl, nebſt dem Bruch deſſen Zehler der zurück gebliebene Reſt, der Nenner aber eben des vorigen Bruchs Nenner iſt. Dieſes iſt demnach der Grund der gegebenen Regul, durch welche man einen Bruch, der gröſſer iſt als 1, in eine gantze Zahl nebſt einem Bruch verwandelt.

7) **Eine gantze Zahl nebſt einem Bruch wird in einen einzelen Bruch verwandelt, wann man die gantze Zahl mit dem Nenner des Bruchs** multiplicirt **und zum** Product **den Zehler des Bruchs** addirt, **da dann dieſe Sum den Zehler des geſuchten einzelen Bruchs, der vorige Nenner aber den Nenner abgibt.**

Dieſe Operation iſt nichts anders als eine Verkehrung der vorigen, dann vorher haben wir gelehret einen Bruch der gröſſer iſt als ein gantzes, in eine gantze Zahl nebſt einem Bruche verwandeln. Hier aber iſt die Operation umgekehrt, und wird gekehrt, wie man eine gantze Zahl nebſt einem Bruche wiederum in einen einzelen Bruch verwandeln ſoll. Beyde Operationen haben

ihren grossen Nutzen: denn durch die erste erhält man, wie schon gemeldt, einen deutlichern Begriff von dem Inhalt oder Werth eines Bruchs, die andere aber ist in denen folgenden Operationen mit dem Brüchen höchst nöthig, da um dieselben zu bewerckstelligen gemeiniglich eine gantze Zahl nebst angehängtem Bruche in einen einzelen Bruch verwandelt werden muß. Die gegebene Regel verhält sich nun also: es sey gegeben $7\frac{2}{3}$ nehmlich eine gantze Zahl 7 nebst dem Bruch $\frac{2}{3}$; woraus ein einzeler Bruch gemacht werden soll. Man multiplicirt also 7 mit 3, und zum Product 21 thut man 2, so bekommt man 23 für den Zehler des gesuchten Bruchs, dessen Nenner ist 3, nehmlich $\frac{23}{3}$. Daß nun dieser Bruch $\frac{23}{3}$ eben so viel sey als $7\frac{2}{3}$, erhält aus dem vorigen Satz dadurch $\frac{23}{3}$ in $7\frac{2}{3}$ verwandelt wird. Der Grund selbst aber von dieser Verwandlung ist dieser: Eine jede Zahl nebst angehängtem Bruche kan angesehen werden, als ein aus der Division entsprungener wahrer Quotus, da der Nenner des angehängten Bruchs der Divisor, die gantze Zahl der Quotus in gantzen Zahlen, wie derselbe in der Division ist gefunden worden; der der Zehler des Bruchs aber der Rest ist. In dieser Division fragt sich also der Dividendus, welcher so er bekannt ist, sogleich einen einzelen Bruch dargibt, dadurch der wahre Quotus,

das ist die vorgegebene gantze Zahl nebst dem angehängten Bruch ausgedrucket wird; nehmlich der Dividendus gibt den Zehler, der Divisor aber den Nenner dieses gesuchten Bruchs. Aus dem Divisore aber, Quoto und Rest wird der Dividendus gefunden, wann man den Quotum mit dem Divisore multiplicirt, und dazu den Rest setzt. Weilen nun der Dividendus den Zehler des gesuchten Bruchs gibt, so wird derselbe gefunden, wann man die gantze Zahl mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt und zum Product den Zehler hinzusetzt. Der Nenner aber dieses Bruchs ist der Divisor, das ist der Nenner des angehängten Bruchs selbst. Dieses beruhet alles auf der Natur der Division, und demjenigen was im vorigen Satz von Findung des wahren Quoti aus dem Rest ist angebracht worden. Nach dieser Regel erkennt man also das $2\frac{1}{3}$ so viel ist als $\frac{7}{3}$ dann 2 mahl 3 macht 6 und 1 dazu gibt 7 für den Zehler des einzelen Bruchs, dessen Nenner wie vor 3 ist. Gleichergestalt ist $5\frac{3}{4}$ so viel als $\frac{23}{4}$; dann 4 mahl 5 ist 20 und 3 dazu gibt 23. Also ist $128\frac{173}{320}$ so viel als $41133/320$, wie aus beygefügter Operation zu sehen.

	1	2	8	
		3	2	0	der Nenner
	2	5	6	0	
		8	4		
			1	7	3	des gesuchten Bruchs.
4	1	1	3	3	der Zehler

8) Ein

8) **Ein Bruch bleibt seinem Werth nach unverändert; wann man so wohl den Nenner als den Zehler durch eine beliebige Zahl** multiplicirt. **Und gleichergestalt behält auch ein Bruch seinen vorigen Werth, wann man beydes den Zehler und Nenner durch eine beliebige Zahl** dividirt. **Woraus also erhellet, daß ein jeglicher Bruch ohne seinen Werth zu verändern auf unendlich vielerley Arten vorgestellet werden könne.**

Diesen Satz zu erklären, so last uns diesen Bruch $\frac{2}{3}$ zum Exempel dienen; wann desselben Zehler und Nenner mit 2 multiplicirt wird, so kommt dieser Bruch heraus $\frac{4}{6}$; welcher dem Inhalt nach dem vorigen Bruch $\frac{2}{3}$ vollkommen gleich ist. Wann nun ferner eben dieses Bruchs $\frac{2}{3}$ Zehler und Nenner durch 3 multiplicirt wird, so hat man $\frac{6}{9}$; welcher wiederum so viel ist als $\frac{2}{3}$. Wann man also fortfährt durch 4, 5, 6 und so fort an zu multipliciren, so kommen folgende Brüche heraus $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{12}{18}$, und so weiter fort; welche alle eben so viel halten als $\frac{2}{3}$. Gleichergestalt sind auch alle folgenden Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{12}$, und so fort einander gleich, und ist ein jeglicher davon so viel als ein halbes.

Es kan also eben derselbige Bruch auf unendlich vielerley Arten vorgestellet werden, indem

wenn so wohl der Zehler als Nenner durch eine jegliche Zahl multiplicirt wird; ein Bruch heraus kommt, der dem vorigen gleich ist. Auf diese Weise aber nehmlich durch das multipliciren erhalt man allzeit Brüche, welche aus grösseren Zahlen bestehen als der vorgelegte. Es ist aber klar, daß man hinwiederum aus diesen aus grossen Zahlen bestehenden Brüchen diejenigen müsse finden können, welche aus kleinern Zahlen bestehen, und aus welchen jene durch die Multiplication entstanden sind. Dieses geschicht nun durch die Diuision, da beydes der Nenner und Zehler durch eine beliebige Zahl diuidirt wird, wann nehmlich die Diuision angeht. Dann gleich wie aus diesem Bruche $\frac{3}{7}$; wenn oben und unten durch 7 multiplicirt wird, dieser $\frac{21}{35}$ entspringt, so erhält man hinwiederum aus diesem Bruche $\frac{21}{35}$ den vorigen $\frac{3}{7}$, wann man beydes den Nenner und Zehler durch 7 diuidirt. Aus diesen zweyerley Arten einen Bruch in andere Formen zu verwandeln, sieht man nun, daß man Brüche angeben könne, welche so wohl aus grösseren als kleineren Zahlen, als ein vorgegebener Bruch ist, bestehen, und demselben dennoch dem Werth nach gleich sind; Deren jenes vermittelst der Multiplication, dieses aber durch die Diuision geschicht. Hiebey aber ist zum voraus zu erinnern, daß man diese beyden Operationen der Multiplication und Diuision nicht mit der eigentlichen Multiplication

und

und Diuision der Brüche confundire; dann auf die jetzt beschriebene Art, wird ein Bruch nur in eine andere Gestalt gebracht, ohne seinen Werth zu veränderen; Wann aber ein Bruch entweder multiplicirt oder diuidirt werden soll, so suchet man einen Bruch, welcher entweder gröſſer oder kleiner seyn soll als der vorgelegte; so daß diese Operationen, welche zu den Speciebus der Brüche gehören, von der hier beschriebenen Verwandlung gäntzlich unterschieden sind. Um nun auf den Grund dieser Verwandlung, da ein Bruch in eine andere Form ohne seinen Werth zu verändern gebracht wird, zu kommen, so muß derselbe aus der Natur der Brüche selbst hergeleitet werden; wobey dann vor allen Dingen zu merken ist, daß ein Bruch nichts anders ist als der wahre Quotus, welcher herauskomt, wann man den Zehler durch den Nenner diuidirt. Ein jeglicher Bruch zeiget demnach an, wieviel mahl der Nenner im Zehler enthalten sey. Es ist aber klar, daß so viel mahl bey einem Bruche der Nenner im Zehler enthalten ist, eben so vielmal der doppelte Nenner im doppelten Zehler enthalten sey; und folglich auch eben so viel mal der halbe Nenner im halben Zehler: woraus dann erhellet, daß wann man beydes den Nenner und Zehler eines Bruchs durch 2 entweder multiplicirt oder diuidirt, der hieraus entstehende Bruch eben so viel betrage als der vorgegebene. Gleich wie man nun leicht sieht, daß was hier von der Zahl 2 gesagt

worden, seine Richtigkeit hat; so läßt sich eben dasselbe von der Zahl 3, 4, und so gar von einer jeglichen Zahl begreiffen. Hieraus folget nun der vorgebrachte Satz, daß ein Bruch an seinem Werth nichts verliere, wann gleich beydes der Zehler und Nenner durch eine jegliche beliebige Zahl entweder multiplicirt oder diuidirt werden. Zu fernerer Erläuterung dieser Operation durch die Multiplication können folgende Exempel dienen.

$\frac{4}{7}$ ist so viel als $\frac{8}{14}$ oder $\frac{12}{21}$ oder $\frac{16}{28}$.

Imgleichen $2\frac{1}{3}$ ist so viel als $2\frac{2}{6}$ oder $2\frac{3}{9}$, weilen $\frac{2}{6}$ und $\frac{3}{9}$ so viel sind als $\frac{1}{3}$ und die gantze Zahl 2 bey allen einerley ist. Gleicher Gestalt ist 3 so viel als $\frac{6}{2}$, item als $\frac{9}{3}$, item als $\frac{12}{4}$, und so fort; dann 3 ist so viel als $\frac{3}{1}$, wann man nun oben und unten durch 2 oder 3, oder 4 multiplicirt, so kommen $\frac{6}{2}$, $\frac{9}{3}$, und $\frac{12}{4}$ heraus, welche Brüche folglich so viel sind als 3. Hieraus sieht man nun, daß man eine jegliche gantze Zahl in eine Bruchs Form verwandeln kan, von einem beliebigen Nenner, als wann man einen Bruche verlangte, der so viel ist als 5 und dessen Nenner 6 seyn soll, so hat man $\frac{30}{6}$.

Um Exempel von dieser Operation durch die Diuision anzuführen, so muß man solche Brüche nehmen, deren Nenner und Zehler sich durch eine Zahl theilen lassen, welches nicht bey allen angeht.

Dahero

Dahero obgleich die Multiplication bey allen Brüchen Statt findet, so kan doch die Division nur bey solchen angebracht werden, in welchen der Zehler und Nenner sich durch eine gemeine Zahl theilen lassen. Wann also ein Bruch nicht so beschaffen ist, so kan derselbe durch die Division in keine andere Form gebracht und folglich nicht durch kleinere Zahlen ausgedrücket werden. Ein solcher Bruch ist $\frac{8}{15}$, da keine Zahl zugleich 8 und 15 theilet, weswegen der Inhalt dieses Bruchs durch kleinere Zahl nicht ausgedrücket werden kan. Dann obgleich 1 oder die Unitet so wohl 8 als 15 theilet, so wird durch diese Division die Form des Bruchs nicht verändert. Wann aber dieser Bruch $\frac{36}{60}$ vorkommen sollte, so sieht man, daß beydes der Zehler und Nenner sich durch 2 dividiren lasse, dadurch wird aber dieser Bruch in diesen $\frac{18}{30}$ verwandelt. In diesem Bruche $\frac{18}{30}$ aber lassen sich wiederum beyde Zahlen durch 2 theilen, wodurch man diesen Bruch $\frac{9}{15}$ bekommt. Ferner lassen sich auch hier beyde Zahlen wiederum durch 3 Theilen, da dann heraus komt $\frac{3}{5}$, welcher Bruch folglich so viel ist als $\frac{36}{60}$, und aus diesem auf einmal hätte können heraus gebracht werden, wann man gesehen hätte, daß sich beyde Zahlen 36 und 60 durch 12 theilen lassen. Dann wann den Zehler und Nenner dieses Bruchs $\frac{36}{60}$

durch

durch 12 dividirt, so kommen $\frac{3}{5}$ heraus. Weilen nun bey dieser Operation, welche durch die Division geschicht, und dadurch ein Bruch in kleinere Zahlen gebracht wird, vor allen Dingen zu wissen nöthig ist, ob sich beyde Zahlen eines Bruchs durch eine gemeine Zahl theilen lassen, und ferner was dieser Theiler für eine Zahl ist, so wollen wir in folgenden Sätzen dazu Anleitung geben.

9) Um einiger massen zu sehen, ob eine vorgegebene Zahl durch andere getheilt werden könne, hat man nachfolgende Regeln, welche bey der Verkleinerung der Brüche wohl in Acht genommen zu werden verdienen.

1. Durch 2 lassen sich alle diejenigen Zahlen theilen, deren letzte Figur nach der rechten Hand sich durch 2 theilen läßt.

2. Durch 4 läßt sich eine Zahl theilen, wann sich die zwey letsten Zahlen gegen der rechten durch 4 theilen lassen.

3. Durch 8 läßt sich eine Zahl theilen, wann die drey letzten Zahlen gegen der Rechten durch 8 getheilt werden können.

4. Durch 5 läßt sich eine Zahl theilen, wann die letste Figur nach der Rechten entweder 5 ist oder 0.

5. Durch 10 lassen sich keine anderen Zahlen theilen, als deren letzte Figur nach der Rechten 0 ist.

6. Durch

6. Durch 3 läſſt ſich eine Zahl theilen, wann ſich die Summ von allen Figuren, aus welchen die Zahl beſteht, durch 3 theilen läſſt.

7. Durch 9 läſſt ſich eine Zahl theilen, wann ſich gleichfals die Summ aller Figuren durch 9 theilen läſſt.

8. Durch 6 laſſen ſich alle diejenigen Zahlen theilen, welche zugleich durch 2 und durch 3 getheilt werden können.

Ob ſich aber eine Zahl durch 7 theilen laſſe oder nicht, kan nicht wohl eine kürtzere und bequemmere Regel gegeben werden, als daß man die Sach durch die würckliche Diuiſion verſuche.

Der Grund dieſer Regeln beruhet auf der angenommenen Art alle Zahlen durch Unitæten, Decaden, Centenarios, Millenarios und ſo fort auszudrucken; weswegen zu mehrerer Erläuterung nicht undienlich ſeyn wird die Gewisheit derſelben mit mehrerem auszuführen; inſonderheit, da dieſelben gemeiniglich ohne allen Beweisthum vorgetragen zu werden pflegen. Wir betrachten alſo eine jegliche Zahl aus ſo viel Theilen zuſammen geſetzt, als viel Figuren dieſelbe beſteht, ſo daß ein Theil die Unitæten, der zweyte die Decades, der dritte die Centenarios und ſo fort enthält. Was nun die erſte Regel betrifft, ſo iſt zu betrachten, daß ſich die Decades, Centenarii, Millenarii und ſo weiter alle durch 2 theilen laſſen. Wann ſich demnach

auch

auch die Unitæten durch 2 theilen laſſen, ſo läſt ſich auch die gantze Zahl durch 2 theilen; dieſes aber geſchieht, wann ſich die letzte Figur nach der rechten Hand durch 2 theilen läſt, oder wann dieſelbe iſt entweder o oder 2, 4, 6, 8. Hierauf beruhen auch die 4te und 5te Regel; dann die Decades, Centenarii, Millenarii und folgende laſſen ſich für ſich durch 5 und durch 10 Theilen: Derowegen wann auch die Unitæten durch 5 oder 10 getheilet werden können, ſo läſt ſich auch die gantze Zahl dadurch theilen. Nun aber enthält die letzte Figur von der rechten die Unitæten; und folglich läſt ſich eine Zahl durch 5 oder 10 theilen, wann ſich die letzte Figur dadurch theilen läſt, das iſt für den erſteren Fall nehmlich 5 wann die letzte Figur entweder o oder 5 iſt, im anderen Fall für 10 aber wann die letzte Figur o iſt. Die zweyte Regel zu beweiſen ſo iſt zu mercken, daß ſich alle Centenarii, Millenarii, und ſo fort durch 4 theilen laſſen; wann ſich demnach die Decades zuſammt den Unitæten auch durch 4 theilen laſſen, ſo wird die gantze Zahl durch 4 können getheilet werden. Die zwey letzteren Figuren aber nach der rechten Hand enthalten die Decades und Unitates, und folglich kommt die gantze Sache darauf an, ob ſich dieſe zwey Zahlen, oder vielmehr die Zahl, welche dadurch angedeutet wird, durch 4 theilen läſt; alſo läſt ſich 1736 durch 4 theilen, weil 36 dadurch getheilet werden kan. Eine gleiche Bewändnüß

hat

hat es auch mit der dritten Regel, dann weil sich 1000 durch 8 theilen läst, so lassen sich auch alle Millenarii und folgende höhere Sorten durch 8 theilen; Derowegen wann sich in einer Zahl die Centenarii, Decades, und Unitæten insgesammt durch 8 theilen lassen, so wird auch die völlige Zahl durch 8 getheilet werden können; dieses aber geschieht, wann sich die Zahl, welche durch die drey letzten Figuren nach der rechten angedeutet wird, durch 8 theilen läst. Also läst sich diese Zahl 138 96 durch 8 theilen, weilen 896 dadurch getheilet werden kan. Der Beweiß der 6ten und 7ten Regel hat mehr Schwierigkeit, dennoch aber kan derselbe auf folgende Art vorgebracht werden. Wann eine Anzahl Decaden, oder Centenarii, oder Millenarii oder höhere Sorten durch 3 oder 9 getheilet werden, so bleibt eben so viel über, als wann eine gleiche Anzahl Unitæten durch 3 oder 9 wäre getheilet worden; als wann 190 durch 3. oder 9 getheilet wird, so bleibt eben so viel über, als wann 7 allein dadurch getheilet würde. Wann also eine Zahl, so aus viel Figuren bestehet durch 3 oder 9 getheilet wird, so bleibt eben so viel über, als wann alle Figuren nur Unitæten bedeuteten, und alle zusammen genommen durch 3 oder 9 dividirt würden. Weilen sich nun eine Zahl durch eine andere theilen läst, wann nichts überbleibt, so wird sich eine jegliche Zahl durch 3 oder 9 theilen lassen, wann sich die Summ aller Figuren dadurch theilen läst.

Also

Also läst sich 1737 durch 3 und 9 theilen, dann die Summ der Figuren macht 18, welche Zahl durch 3 und 9 getheilet werden kan. Bey grossen Zahlen wann die Summ der Figuren selbst wieder groß wird, und aus etlichen Figuren besteht, so kan dieser Vortheil wieder angebracht, und die Summ dieser Figuren selbst untersuchet werden. Als wann gefragt würde, ob sich diese Zahl

5 9 8 7 6 2 5 7 9 8 6 3 4

durch 3 oder 9 theilen lasse, so addire man alle Figuren zusammen, da dann 79 herauskommt; dieser Zahl Figuren zusammen machen nun ferner 16, und weil diese Zahl noch aus zwey Figuren besteht, so addire man dieselben noch mahls zusammen, da dann 7 herauskommt. Woraus erhellet, daß wann die vorgegebene Zahl durch 3 oder 9 diuidirt werden sollte, eben so viel überbleiben würde, als wann 7 dadurch getheilet wurde, nehmlich im erstern Fall 1, im letzten 7. Die 8te Regel folget aus der ersten und sechsten, dann wann sich eine Zahl in zwey und zugleich auch in drey gleiche Theile zertheilen läst, so läst sich dieselbe auch in 6 gleiche Theile theilen. Endlich ist zu mercken, daß man durch alle diese Regeln nicht nur erkennt, ob sich eine Zahl durch eine solche vorgeschriebene theilen lasse oder nicht, sondern auch wieviel im letzteren Fall übrig bleibe, wie aus dem letzt-angebrachten Exempel von 3

und

und 9 zu ersehen, obgleich dieses zu unserem jetzigen Vorhaben nicht dienet, in anderen Fällen aber dennoch von grossem Vortheil seyn kan. Wann man nun diese Regeln wohl im Kopfe hat, so kan man öfters bey einem vorgegebenen Bruche gleich sehen, ob sich beydes der Zehler und Nenner durch eine gemeine Zahl theilen lassen, und ob folglich der Bruch in einen anderen gleiches Werths, der aber aus kleineren Zahlen besteht, verwandelt werden könne. Dann zu Erkennung der Brüche tragt sehr viel bey, wann die Zahlen daraus derselbe besteht so klein sind als möglich; und ist also die Verkleinerung der Brüche zu deutlicherem Begriff derselben höchst nützlich. Derowegen wird nicht undienlich seyn einige Exempel vorzubringen, in welchen Brüche vermittelst der gegebenen Regeln in leichtere verwandelt werden.

1. Es sey uns dieser Bruch $\frac{122}{356}$ vorgeleget, in welchem wir nach der ersten Regel sehen, daß sich beyde Zahlen durch 2 theilen lassen, weilen die letzten Figuren derselben 2 und 6 dadurch getheilt werden können: wann wir derohalben den Zehler und Nenner durch 2 dividiren, so kommt dieser Bruch heraus $\frac{61}{178}$, welcher dem vorgelegten gleich ist.

2. Wenn dieser Bruch $\frac{368}{1032}$ vorkäme, so sähe man nach der zweyten Regel gleich, daß beyde Zahlen sich durch 4 theilen lassen, weilen die

zwey letzteren Figuren davon nehmlich 68 und 32 dadurch theilbar sind. Ja man kan hier so gar die dritte Regel anbringen und sehen, daß sich beyden Zahlen durch 8 theilen lassen, weilen die drey letzten Figuren, nehmlich 368 und 032, das ist 32 durch 8 theilbar sind. Wann man demnach durch 8 diuidirt, so wird der vorgelegte Bruch in diesen $\frac{46}{129}$ verwandelt. Hiebey aber ist zu erinneren, daß man nicht nöthig habe sich viel Mühe für die 2te und 3te Regel zu geben, indem der Gebrauch der ersten beyde in sich begreifft; als im vorgegebenen Bruche $\frac{368}{1032}$ kan genug seyn, wann man sieht, daß sich beyde Zahlen durch 2 theilen lassen, wodurch also dieser Bruch $\frac{184}{516}$ herauskommt; bey welchem man sieht, daß beyde Zahlen sich nochmahls durch 2 theilen lassen, da man dann $\frac{92}{258}$ bekommt. Hier sieht man nun wiederum leicht, daß beyde Zahlen noch durch 2 theilbar sind, durch welche Diuision der oben gefundene Bruch $\frac{46}{129}$ herauskommt.

3. Wann dieser Bruch vorkäme $\frac{7350}{8900}$ so sehe man nach der fünfften Regel gleich, daß beyde Zahlen durch 10 theilbar sind, weswegen nach verrichteter Diuision durch 10 dieser Bruch $\frac{735}{890}$ herauskommt. Bey diesem Bruche kan ferner die vierte Regel Statt finden, weilen die obere

Zahl

Zahl ſich mit 5, die untere aber mit o endigt; daher beyde durch 5 theilbar ſind. Wann man nun beyde Zahlen durch 5 dividirt, ſo bekommt man dieſen Bruch $\frac{14}{178}$, welcher eben ſo viel hält als der vorgelegte $\frac{735}{1780}$. Hiebey iſt nun zu merken; daß diejenigen Brüche, deren Nenner und Zehler ſich durch 10 theilen laſſen und folglich mit einer oder mehr Nullen ſich endigen, am leichteſten zu kleineren Zahlen können gebracht werden, indem man nur nöhtig hat oben und unten eine oder zwey oder mehr Nullen abzuſchneiden. Alſo iſt $\frac{30}{50}$ ſo viel als $\frac{3}{5}$ und $\frac{120}{700}$ ſo viel als $\frac{12}{70}$, und $\frac{29000}{500000}$ ſo viel als $\frac{29}{500}$.

4. Es ſey uns dieſer Bruch $\frac{45}{105}\frac{23}{48}$ vorgegeben durch kleinere Zahlen auszudrucken, weilen nun beyde Zahlen zu gleich weder durch 2 noch 5 noch 10 getheilt werden können, ſo wollen wir ſehen, ob nicht beyde durch 3 oder 9 theilbar ſind, welches nach der ſechſten und ſiebenten Regel geſchieht, wann man die Figuren ſo wohl des Zehlers als Nenners zuſammen addirt. Des Zehlers Figuren aber zuſammen machen 15 und des Nenners 18, woraus erhellet, daß ſich beyde Zahlen durch 3 theilen laſſen, daher dieſer Bruch $\frac{15}{35}\frac{41}{16}$ heraus kommt.

Ob aber dieſe Regeln gleich einen groſſen Vortheil in Verkleinerung der Brüche haben, ſo kan man dennoch vermittelſt derſelben nur ſehen,

ob beyde Zahlen durch 2, 3, 5 oder 10 theilbar ſind, und folglich dadurch dergleichen Brüche nicht in kleinere Zahlen bringen, bey welchen dieſe Regeln nicht ſtatt finden. Derowegen iſt nöhtig eine andere allgemeine Regel an die Hand zu geben, durch deren Mittel man allzeit diejenige Zahl finden kan, durch welche beyde Zahlen nehmlich der Zehler und Nenner getheilt werden können.

10.) **Ein gemeiner Theiler von zweyen Zahlen iſt eine ſolche Zahl, dadurch ſich beyde Zahlen theilen laſſen; und der gröſte gemeine Theiler iſt die gröſte Zahl, durch welche ſich beyde Zahlen zugleich theilen laſſen. Um aber von zweyen gegebenen Zahlen den gröſten gemeinen Theiler zu finden, hat man dieſe Regel: Man** diuidirt **die gröſſere Zahl durch die kleinere, oder ſetzt die kleinere zum** Diuiſore, **die gröſſere aber zum** Diuidendo, **hierauf** diuidirt **man den** Diuiſorem **durch den übergebliebenen Reſt, das iſt: man macht nach der erſten** Diuiſion **die zweyte, in welcher der gefundene Reſt zum** Diuiſor, **der vorige** Diuiſor **aber zum** Diuidendo **geſetzet wird; und alſo fähret man mit ſolchen** Diuiſionen **fort, indem man immer den Reſt der vorigen** Diuiſion **zum** Diuiſor **der folgenden, und den** Diuiſor **der vorigen zum** Diuidendo **der folgenden ſetzt, bis man zu einer** Diuiſion **kommt, welche ohne Reſt** abſolvirt **wird. Und da iſt der** Diuiſor **dieſer letzten** Diuiſion

der

der gröſte gemeine Theiler der zwey vorgegebenen Zahlen.

Wann hier und in vorigen Sätzen von Zahlen die Rede iſt, ſo iſts allzeit von gantzen Zahlen zu verſtehen, obgleich die Brüche auch freylich mit unter die Zahlen gehören. Alle Zahlen ſind nun theilbar durch 1, weilen alle durch 1 ohne Reſt getheilt werden können; ferner iſt auch eine jegliche Zahl durch ſich ſelbſt theilbar, und deswegen hat eine jegliche Zahl zum wenigſten zwey Theiler, nehmlich die Unitæt und ſich ſelbſt. Ein Theiler aber einer Zahl iſt eine ſolche Zahl dadurch ſich dieſelbe Zahl ohne Reſt theilen läſt, als 3 iſt ein Theiler von 12, und 5 ein Theiler von 15. Hier kommt nun ein Haupt-Unterſcheid in den Zahlen zu mercken vor; dann einige Zahlen ſind ſo beſchaffen, daß ſie ſich durch keine andere Zahlen auſſer der Unitæt und ſich ſelbſt theilen laſſen, welche alſo füglich untheilbare Zahlen genennet werden können; ſolche Zahlen ſind 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 und ſo weiter, als welche keine andere Theiler haben als die Unitæt und ſich ſelbſt.

Die übrigen Zahlen aber, welche ſich auſſer der Unitæt und ſich ſelbſt noch durch andere Zahlen theilen laſſen, werden theilbare Zahlen genennt, dergleichen ſind 4, 6, 8, 9, 10, 12, und ſo fort. Von ſolchen Zahlen ſind inſonderheit diejenigen zu mercken, welche ſich durch 2 theilen laſſen, und grade Zahlen genennt zu

werden pflegen: als da sind 2, 4, 6, 8, 10, 12, und so fort, welche aus der ersten Regel des vorigen Satzes gleich erkennt werden. Da im Gegentheil diejenigen Zahlen, welche sich nicht durch 2 theilen lassen ungrade Zahlen genennt werden, als da sind 3, 5, 7, 9, 11, 13, und dergleichen, zu welchen auch die Unitæt selbst mit gehöret. Da wir nun erklärt, was man durch einen Theiler einer Zahl versteht, so ist auch leicht zu begreiffen, was ein gemeiner Theiler von zweyen oder mehr Zahlen ist, nehmlich eine solche Zahl, dadurch sich eine jede derselben Zahlen theilen läst; also ist die Unitæt ein gemeiner Theiler aller Zahlen, aber eben deswegen von keinem Nutzen bey unserem Vorhaben die Brüche in kleinere Zahlen zu bringen, weilen durch die Diuision mit der Unitæt die Zahlen unverändert bleiben. Zwey solche Zahlen nun, welche ausser der Unitæt noch einen oder mehr gemeine Theiler haben, werden unter sich theilbare Zahlen genennt, dergleichen sind 12 und 15, als welche beyde sich durch 3 theilen lassen; ingleichem 7 und 21, dann beyde sind durch 7 theilbar. Solche Zahlen aber, welche ausser der Unitæt keinen gemeinen Theiler haben, werden unter sich untheilbare Zahlen genennt, solche sind 7 und 9; item 15 und 28. Wann derohalben ein Bruch so beschaffen ist, daß der Zehler und Nenner, unter sich untheilbare Zahlen sind, so kan derselbe nicht durch kleinere Zahlen ausgedrückt

drückt werden; dergleichen Brüche pflegen unaufhebliche Brüche genennt zu werden, weilen sie sich durch die Diuision nicht in kleinere Zahlen bringen lassen, welche Operation das Aufheben der Brüche genennt zu werden pflegt. Wann aber der Zehler und Nenner eines Bruchs unter sich theilbare Zahlen sind, so kan der Bruch durch den gemeinen Theiler aufgehoben das ist durch kleinere Zahlen ausgedrückt werden, weswegen auch solche Brüche aufhebliche Brüche genennt werden. Um nun die aufheblichen Brüche zu erkennen, und dieselben in kleinere Zahlen zu bringen, so haben wir die beschriebene Regel vorgebracht, vermittelst welcher man nicht nur von zweyen gegebenen Zahlen einen gemeinen Theiler wann sie nehmlich unter sich theilbar sind, sondern so gar den gröſten gemeinen Theiler finden kan. Dadurch erhält man aber diesen Vortheil, daß man sogleich alle aufhebliche Brüche durch den gröſten gemeinen Theiler in die kleinſten möglichen Zahlen bringet, und in unaufhebliche verwandelt, von welchen man versichert seyn kan, daß sie alsdann durch keine kleinere Zahlen weiter ausgedrückt werden können. Die gegebene Regel nun um den gröſten gemeinen Theiler von zweyen Zahlen zu finden, ist kurtz und leicht bey allen Fällen anzuwenden; jedennoch aber wird nicht undienlich seyn, ehe wir den Grund davon anzeigen, dieselbe durch etliche Exempel zu erläuteren. Es seyen uns derohalben diese zwey Zah-

len 1578 und 2904 vorgegeben, deren gröſten gemeinen Theiler man zu wiſſen verlanget; man theile alſo 2904 durch 1578 wie folget

1578) 2904 (1
1578
1326

ſo findet man 1326 für den Reſt durch ſolchen dividirt man nach der Regel den vorigen Diuiſorem 1578, nehmlich

1326) 1578 (1
1326
252

Ferner muß 1326 durch 252 diuidirt werden.

252) 1326 (5
1260
66

Weiter durch 66 diuidire man 252.

66) 252 (3
198
54

Nun iſt 66 durch 54 zu diuidiren.

54) 66 (1
54
12

Jetzt muß 54 durch 12 diuidirt werden.

12) 54 (4
48
6

Ende

Endlich hat man 12 durch 6 zu theilen, welche Diuiſion, weilen ſie ohne Reſt aufgeht, anzeigt daß 6 der gröſte gemeine Theiler von den zwey vorgegebenen Zahlen iſt. Wann alſo dieſer Bruch $\frac{1578}{2904}$ wäre vorgelegt worden, ſo könnte man denſelben durch 6 aufheben und in dieſen Bruch $\frac{263}{484}$ verwandeln, welcher unaufheblich und nicht mehr durch kleinere Zahlen ausgedrückt werden kan. Wann dieſe Zahlen 3735 und 4815 ſolten ſeyn vorgegeben worden, ſo würde die gantze Operation nach der gegebenen Regel folgender geſtalt zu ſtehen kommen.

3735) 4815 (1
3735
1080) 3735 (3
3240
495) 1080 (2
990
90) 495 (5
450
45) 90 (2
90

Aus welcher Operation man ſieht, daß 45 der gröſte gemeine Theiler der vorgegebenen Zahlen iſt.

Wären aber die Zahlen unter ſich untheilbar, ſo weiſet auch daſſelbe dieſe Operation, dadurch die Unitæt als der gröſte gemeine Theiler gefun-

den wird, wie aus folgendem Exempel, da diese Zahlen 36 und 151 gegeben sind zu ersehen.

```
36) 151 (4
    144
     7) 36 (5
        35
         1) 7 (7
            7
```

Damit wir aber endlich auf den Grund dieser Operation kommen, so ist vor allen Dingen zu mercken, daß wann zwey Zahlen einen gemeinen Theiler haben, alsdenn auch die Differenz derselben Zahlen durch eben denselben Theiler getheilt werden könne: ingleichem auch die Differenz zwischen der einen und dem doppelten oder dreyfachen oder unter einem anderen vielfachen der anderen Zahl. Nun aber wann die grössere Zahl durch die kleinere diuidirt wird, so ist der Rest nichts anders als die Differenz zwischen der grösseren Zahl und einem multiplo der kleineren. Derohalben muß ein gemeiner Theiler zweyer Zahlen auch den Rest theilen, welcher in der Diuision der grösseren Zahl durch die kleinere zurückbleibt. Solcher Gestalt wird ein jeder gemeiner Theiler der zwey gegebenen Zahlen zugleich ein gemeiner Theiler seyn des Diuisoris und des Rests. Auf gleiche Weise wann der vorige Diuisor durch den Rest getheilt wird, so wird wiederum einjeder gemeiner Theiler der zwey Anfangs vorgegebenen Zahlen

len den Diuisor und Rest dieser letzten Diuision theilen, und so weiter fort bey allen folgenden Diuisionen. Wann man endlich allso zu einer Diuision kommt, welche ohne Rest aufgeht, so haben auch der Diuidendus und Diuisor dieser letzten Diuision eben die gemeinen Theiler, welche die beyden Anfangs gegebenen Zahlen unter sich haben. Weilen aber diese letzte Diuision ohne Rest aufgeht, so ist der Diuisor nicht nur ein gemeiner Theiler des Diuisoris selbst und des Diuidendi sondern auch der gröste gemeine Theiler: woraus dann folgt, daß dieser letzte Diuisor auch der gröste gemeine Theiler beyder vorgegebenen Zahlen seyn müsse. Dieses ist also der Grund der erklärten Regel, durch welche der gröste gemeine Theiler zweyer Zahlen gefunden werden kan, davon der Nutzen in Verkleinerung oder Aufhebung der Brüche zwar schon einiger massen angeführt worden ist, dennoch aber zu grösserem Gebrauch im folgenden Satz ausgeführt werden soll.

II.) **Um von einem vorgegebenen Bruche zu urtheilen, ob derselbe durch kleinere Zahlen ausgedruckt werden könne oder nicht, so muß man von dem Zehler und Nenner desselben den gröstem gemeinen Theiler suchen. Findet man nun 1 für den gröstem gemeinen Theiler, so ist dasselbe ein Anzeigen, daß der Bruch durch kleinere Zahlen nicht ausgedrückt werden könne: Kommt aber ein anderer grösserer gemeiner Theiler heraus, so kan der**

der vorgegebene Bruch in kleinere Zahlen gebracht werden, wann man nehmlich den Zehler und Nenner des gegebenen Bruchs durch den gefundenen gröſten gemeinen Theiler dimidirt, **wobey noch dieſes zu mercken iſt, daß der Bruch, welchen man auf dieſe Weiſe erhält, nicht weiter verkleinert oder aufgehoben werden könne, und dadurch folglich der vorgelegte Bruch in den kleineſten Zahlen ausgedrückt werde.**

Wir haben oben ſchon geſehen, daß eine jegliche Bruch auf unendlich vielerley Arten ausgedruckt werden könne ohne den Inhalt davon zu änderen, welche Verwandlung der Brüche ihren unentbehrlichen Nutzen im folgendem Capitel haben wird. Allhier aber, da wir nur von der Natur der Brüche handeln, ſo iſt auſſer allem Zweifel, daß je kleiner die Zahlen ſind, dadurch ein Bruch vorgeſtellet wird, je deutlicher und leichter man ſich von dem Werthe des Bruchs einen Begriff formiren könne. Derowegen iſt die hier gegebene Regel, durch welche man lernet einen Bruch in den kleinſten möglichen Zahlen vorzuſtellen, von ſehr groſſem Nutzen; indem man durch Hülfe derſelben einen Bruch entweder ſicher in die kleineſten Zahlen bringen, oder wo eine ſolche Aufhebung nicht Statt findet, verſichert ſeyn kan, daß der vorgelegte Bruch unaufheblich ſey, und durch kleinere Zahlen unmöglich vorgeſtellt werden könne. Dieſe Verwandlung in die leich-

teſte

teſte Form geſchicht nun durch die Ausfindung des gröſten gemeinen Theilers der beyden Zahlen des Bruchs nehmlich des Zehlers und Nenners, wozu in vorigen Satze genugſame Anleitung gegeben worden iſt. Deswegen wann man den gröſten gemeinen Theiler des Zehlers und Nenners gefunden, ſo wird dadurch der vorgegebene Bruch leicht in die kleineſten Zahlen gebracht, wann man nehmlich nach dem achten Satze ſo wohl den Zehler als den Nenner durch dieſen gröſten gemeinen Theiler diuidirt, da dann der herausgebrachte Bruch dem vorigen dem Werthe nach gleich ſeyn, dabey aber aus den kleineſten möglichen Zahlen beſtehen, und folglich keine weitere Aufhebung leiden wird. Da nun dieſe Operationen ſchon zur Gnüge ausgeführt worden ſind, ſo iſt nur noch übrig zum Beſchluß dieſes Capitels einige Exempel beyzufügen.

1. Es ſey uns dieſer Bruch $\frac{3080}{8547}$ vorgegeben welcher, wo möglich durch kleinere und das durch die aller kleinſten Zahlen ausgedrückt werden ſoll.

Man ſuche alſo vor allen Dingen den gröſten gemeinen Theiler dieſer beyden Zahlen 3080 und 8547, wie folget.

3080) 8547 (2
6160
2387) 3080 (1
2387
693) 2387 (3
2079
308) 693 (2
616
77) 308 (4
308

Woraus erhellet daß 77 der gröſte gemeine Theiler iſt der beyden Zahlen daraus der Bruch beſteht. Derowegen diuidirt man beydes den Zehler und Nenner des gegebenen Bruchs, ſo wird dieſer Bruch herauskommen $\frac{40}{111}$ welcher nicht weiter aufgehoben werden kan.

2. Einer hat 24 Solotnick Silber und möchte gerne wiſſen, den wievielten Theil er von einem Pfund habe.

Weilen ein Pfund 96 Solotnick hält, ſo hat dieſe Perſon $\frac{24}{96}$ das iſt vier und zwanzig ſechs und neunzigſte Theil eines Pfunds; derowegen laufft die Frage dahin aus, daß man wo möglich dieſen Bruch durch kleinere und das die aller kleinſten Zahlen ausdrucke. Man ſuche alſo den gröſten gemeinen Theiler von 24 und 96, alſo

24) 96 (4
96
0

weswegen sich beyde Zahlen durch 24 theilen lassen. Wann man nun den Bruch durch 24 aufhebt, so kommt dieser Bruch $\frac{1}{4}$ heraus, woraus man sieht, daß das vorgegebene Gewicht just ein viertel Pfund sey.

3. Wann man diesen Bruch $\frac{9222}{1740}$ gefunden hätte, und man wollte wissen, ob der Inhalt desselben nicht könnte auf eine kürtzere Art ausgedrücket werden: so würde man also verfahren.

Erstlich sieht man, weil der Zehler grösser ist als der Nenner, daß in diesem Bruche ein oder etliche gantze enthalten sind, weswegen vor allen Dingen dienlich seyn wird zu suchen wieviel gantze vorhanden sind, weilen man alsdann schon einen deutlicheren Begriff von dem Werthe desselben erhält, als wann die gantzen mit im Bruche eingewickelt sind. Um nun dieses zu finden, so hat man nach dem sechsten Satz den Zehler durch den Nenner zu diuidiren wie folgt.

1740) 9222 (5
8700
522

Alſo ſieht man ſchon, daß der vorgegebene Bruch in dieſe Form $5\frac{522}{1740}$ gebracht werde, welche ſchon leichter zu begreiffen iſt als die vorgelegte.

Ferner hat man zu ſehen, ob der Bruch $\frac{522}{1740}$ nicht durch kleinere Zahlen ausgedrücket werden könne, welches geſchieht wann man den gröſten gemeinen Theiler des Zehlers und Nenners ſuchet, ſolcher geſtalt.

522) 1740 (3
1566
174) 522 (3
522
0

Demnach iſt 174 der gröſte gemeine Theiler, wann man nun den gefundenen Bruch $\frac{522}{1740}$ dadurch aufhebt ſo bekommt man dieſen $\frac{3}{10}$. Derowegen iſt der im Anfang gegebenen Bruch $\frac{9222}{1740}$ ſo viel als $5\frac{3}{10}$ das iſt ſo viel als fünf gantze und drey Zehntel eines gantzen.

Man kan aber auch gleich den gröſten gemeinen Theiler des Zehlers und Nenners des gegebenen Bruchs ſuchen, alſo

1740) 9222 (5
8700
522) 1740 (3
1566
174) 522 (3
522
0

Wei

Weilen nun 174 der gröste gemeine Theiler ist, so wird durch die Division der gegebene Bruch in diese Form $\frac{5}{1}\frac{3}{0}$ gebracht so daß $\frac{5}{1}\frac{3}{0}$ eben so viel ist als $\frac{9}{1}\frac{2}{7}\frac{2}{4}\frac{2}{0}$. Da aber der Bruch $\frac{5}{1}\frac{3}{0}$ mehr ist als 1, so wird derselbe, wann man den Zehler durch den Nenner würcklich dividirt in diese Form $5\frac{3}{10}$ verwandelt wie vorher.

4. Sey uns dieser Bruch $\frac{1}{1}\frac{6}{7}\frac{4}{7}\frac{0}{6}$ gegeben um in die kleinste mögliche Form zu bringen.

Deswegen suche man den gröstenn gemeinen Theiler beyder Zahlen 1640 und 1776.

1640) 1776 (1
1640
136) 1640 (12
136
280
272
8) 136 (17
8
56
56
0

Weilen nun 8 der gröste gemeine Theiler ist, so wird dadurch der vorgegebene Bruch durch folgende kleinere Zahlen ausgedrücket $\frac{2}{2}\frac{0}{2}\frac{5}{2}$, welcher Bruch so viel ist als der vorgegebene und zugleich aus den kleinsten möglichen Zahlen besteht.

Cap. VII.

Von der Addition und Subtraction der gebrochenen Zahlen.

1.

Wann zu einer gantzen Zahl ein Bruch addirt werden soll, so hat man nur den Bruch hinter die gantze Zahl zu ſchreiben. Gleichergestalt, wann zu einer gantzen Zahl eine gantze Zahl sammt einem Bruche addirt werden soll, so addirt man die gantzen Zahlen zusammen, und an die Summ hängt man noch den Bruch an. Hingegen wann man von einer gantzen Zahl sammt einem Bruche eine andere kleinere gantze Zahl abziehen soll, so wird die kleinere Zahl von der gröſſeren gantzen Zahl ſubtrahirt und an den Reſt noch der Bruch gehängt.

Was hier von den beſchriebenen Fällen der Addition und Subtraction gemeldet worden, beruhet gantz und gar allein auf der angenommenen Art eine aus gantzen und gebrochenen Zahlen beſtehende Gröſſe auszudrücken, und erfordert alſo keinen ferneren Beweiſtum. Dann da zum Exempel $4\frac{3}{7}$ ſo viel bedeutet als 4 gantze und über das noch drey ſiebente Theile, ſo iſt für ſich klar, daß wann zu 4 gantzen drey ſiebentel addirt

werden

werden sollen, die Summ also $4\frac{3}{7}$ ausgedrückt werden müsse. Wann demnach ein Bruch zu einer gantzen Zahl addirt werden soll, so bekommt man die Summ, wann man den Bruch zu der gantzen Zahl schreibt. Als wann dieser Bruch $\frac{2}{3}\frac{4}{5}$ zu dieser Zahl 107 addirt werden soll, so wird die Summ seyn $107\frac{2}{3}\frac{4}{5}$. Wann aber zu einer gantzen Zahl eine gantze Zahl sammt einem Bruche addirt werden soll, so darf man nur erstlich die gantzen Zahlen addiren, und zu der herausgekommenen Zahl noch den Bruch, wie im vorigen Falle. Als wann zu 17 addirt werden soll $9\frac{5}{12}$ so wird die Summ seyn $26\frac{5}{12}$. Wann nun hinwiederum von $26\frac{5}{12}$ sollte 17 subtrahirt werden, so sieht man aus dem vorigen Exempel, daß der Rest $9\frac{5}{12}$ seyn müsse: dieser Rest aber wird gefunden, wann man 17 von 26 subtrahirt, und zum übergebliebenen nehmlich 9 den Bruch $\frac{5}{12}$ hinzusetzt. Woraus also erhellet, wie von einer gantzen Zahl nebst einem Bruch eine andere kleinere gantze Zahl abgezogen werden müsse. Diese Fälle aber von der Addition und Subtraction sind für sich so leicht, daß nicht nöthig gewesen wäre davon Meldung zu thun. Unterdessen aber kan man daraus sehen, daß die gantzen Zahlen, wann dieselben mit Brüchen verknüpfet sind, weder die Addition noch die Subtraction schwehrer machen; und zeigen also

eben diese Fälle, daß wer die Addition und Subtraction mit blossen Brüchen gelernet, derselbe zugleich mit gantzen und gebrochenen Zahlen operiren könne. Als wann einer schon begriffen, daß $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ zusammen $\frac{5}{6}$ ausmachen, derselbe wird auch $5\frac{1}{2}$ und $6\frac{1}{3}$ zusammen addiren, und $11\frac{5}{6}$ herausbringen können. Hieraus sieht man also, daß die gröste Schwierigkeit bey der Addition und Subtraction mit gebrocheuen Zahlen nur auf den Brüchen allein beruhe, und wann gantze Zahlen mit den Brüchen verknüpfet sind, dadurch die Operation nicht schwehrer gemacht werde. Ferner obgleich, wie im vorigen Cap. gelehret worden, gantze Zahlen durch Brüche können ausgedrückt werden, so ist doch diese Verwandlung allhier nicht nöthig, sondern die Operation kan ohne dieselbe leichter bewerckstelliget werden. Wie demnach mit blossen Brüchen zu verfahren, werden wir in folgenden Sätzen erklären.

2) **Wann zwey oder mehr Brüche, welche zusammen** addirt **werden sollen, einerley Nenner haben, so** addirt **man die Zehler zusammen, und unter die Summ als einen Zehler setzt man den gemeinen Nenner; da dann dieser Bruch die wahre Summ der vorgelegten Brüche seyn wird. Bey diesem gefundenen Bruche können ferner die oben gegebenen Regeln von** Reducirung **der Brüche**

che in die einfältigste Form angebracht werden.

Wann die gegebenen Brüche gleiche Nenner haben, so deuten sie alle einerley Theile eines gantzen an, nehmlich ein jeder Bruch enthält so viel dergleichen Theile, als seyn Zehler anzeigt. Derowegen diese Brüche zusammen addiren ist nichts anders als finden wieviel dergleichen Theile alle insgesammt enthalten. Wann man also alle Zehler zusammen addirt, so weiset die Summ, wieviel dergleichen Theile alle Brüche insgesammt ausmachen. Da nun dieses solche Theile sind als der gemeine Nenner der gegebenen Brüche anzeigt, so ist die Summ derselben Brüche ein Bruch, dessen Nenner der gemeine Nenner, der Zehler aber die Summ der Zehler ist. Als wann zum Exempel diese Brüche $\frac{2}{25}$, $\frac{4}{25}$, und $\frac{6}{25}$ zusammen addirt werden sollten, so sieht man daß ein jeder Bruch einerley, nehmlich fünf und zwanzigste, Theile eines gantzen andeute, dergleichen der erste 2, der andere 4 und der dritte 7 enthält. Alle drey zusammen also machen 12 fünf und zwanzigste Theile eines gantzen aus, welche also $\frac{12}{25}$ geschrieben werden, und folglich ist dieser Bruch $\frac{12}{25}$, dessen Nenner dem gemeinen Nenner der gegebenen Brüche, der Zehler aber der Summ der Zehler gleich ist, die gesuchte Summ der gegebenen Brüche $\frac{2}{25}$, $\frac{4}{25}$ und $\frac{6}{25}$.

Hieraus erhellet nun daß die Summ zweyer oder mehr gegebenen Brüche, welche gleiche Nenner haben ein Brüch sey, dessen Nenner der vorige gemeine Nenner, der Zehler aber die Summ der Zehler der gegebenen Brüche ist. Um also zwey oder mehr solche Brüche, welche gleiche Nenner haben, zusammen zu addiren, so addirt man bloß die Zehler und unter die Summ setzt man den gemeinen Nenner, da dann dieser Bruch die wahre Summ der gegebenen Brüche seyn wird. Will man diese Summ auf die leichteste und bequemste Art ausgedrückt haben, so sieht man ob der gefundene Bruch gantze in sich enthalte, und in solchem Falle zieht man die gantzen heraus, und deutet dieselben durch eine gantze Zahl an. Ferner wann der gefundene Bruch durch kleinere Zahlen ausgedrückt werden kan, so pflegt man auch denselben in die kleinsten möglichen Zahlen zu bringen.

Wann zum Exempel diese Brüche $\frac{7}{30}$, $\frac{11}{30}$, $\frac{13}{30}$ addirt werden sollten, so würde die gantze Operation also zu stehen kommen.

$$\begin{array}{r} \frac{7}{30} \\ \frac{11}{30} \\ \frac{13}{30} \\ \hline \text{Summ, } \frac{31}{30} \end{array}$$

das ist $1\frac{1}{30}$.

Man findet nehmlich $\frac{31}{30}$, welcher Bruch weilen der Zehler grösser ist als der Nenner mehr als ein

ein gantzes ausmacht, derowegen diuidirt man 31 durch 30, und findet für den Quotum 1 und den Rest auch 1, woraus man sieht daß $\frac{31}{30}$ so viel sey als $1\frac{1}{30}$.

Ferner folgende Brüche $\frac{5}{48}$, $\frac{7}{48}$, $\frac{11}{48}$, $\frac{17}{48}$, und $\frac{20}{48}$ machen in einer Summ zusammen, wie aus folgender Operation zu sehen.

$\frac{5}{48}$
$\frac{7}{48}$
$\frac{11}{48}$
$\frac{17}{48}$
$\frac{20}{48}$

Summ. $\frac{60}{48}$ das ist $1\frac{12}{48}$ oder $1\frac{1}{4}$.

Weilen des Bruchs $\frac{12}{48}$ Zehler und Nenner durch 12 getheilt werden können.

Wieviel diese Brüche $\frac{2}{7}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{5}{7}$ in einer Summ ausmachen, ist aus folgender Operation zu sehen.

$\frac{2}{7}$
$\frac{3}{7}$
$\frac{4}{7}$
$\frac{5}{7}$

Summ. $\frac{14}{7}$ das ist 2.

Wann dergleichen Brüche viel zu addiren vorkommen, so ist der Kürtze halben nicht nöthig bey jedem Bruche in der Operation den Nenner hinzu zu setzen, sondern ist gnug, nur die Zehler hin zu schreiben, und den gemeinen Nenner sich auf der Seite anzumercken, also wurden diese Exempel folgender Gestalt auf das kürtzeste gerechnet werden.

7 (30	5 (48	2 (7
11	7	3
13	11	4
17	17	5
19	20	6
Sum. $\frac{31}{30}$ daß ist $1\frac{1}{30}$	$\frac{60}{48}$ das ist $1\frac{1}{4}$	$\frac{14}{7}$ das ist 2.

Allso wird man von diesen Brüchen $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$ und $\frac{9}{12}$ diese Summ $\frac{16}{12}$, das ist, $1\frac{1}{3}$ finden. Bey diesem Exempel sieht man daß die vorgegebenen Brüche nicht in den kleinesten Formen sind gegeben worden, sondern auf dieser Art hätten können gegeben werden $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{4}$; Ob dieselben aber gleich auf diese Art kürtzer ausgedrückt werden, so dienet doch die vorgegebene Form zur Addition weit mehr wegen der gleichen Nenner, welche dazu erfordert werden. Allso können diese Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{4}$ auf diese Art nicht addirt werden. Wann man aber $\frac{8}{12}$ für $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{12}$ für $\frac{1}{4}$ setzt, so ist die Summ nehmlich $\frac{11}{12}$ leicht zu finden.

finden. Hieraus ist nun leicht zu verstehen, daß wann Brüche von ungleichen Nenneren zusammen addirt werden sollen, dieselben in andere Formen verwandelt werden müssen, in welchen die Nenner gleich sind; wozu hernach die gehörige Anleitung gegeben werden soll.

Zur einem Exempel aber von gantzen und gebrochenen Zahlen zu addiren seyen diese Zahlen $5\frac{4}{15}$; $3\frac{7}{15}$; $9\frac{8}{15}$; und $\frac{1}{15}$ vorgelegt, davon die Summ gefunden werden soll, welches folgender Gestalt geschicht.

$$\begin{array}{r} 5\frac{4}{15} \\ 3\frac{7}{15} \\ 9\frac{8}{15} \\ \frac{1}{15} \\ \hline \end{array}$$

Summ. $17\frac{20}{15}$ das ist $18\frac{5}{15}$ oder $18\frac{1}{3}$.

Nehmlich $\frac{20}{15}$ ist so viel als $1\frac{5}{15}$, welches zu 17 macht $18\frac{5}{15}$, und $\frac{5}{15}$ wird auf $\frac{1}{3}$ reducirt.

3.) Wann von zweyen Brüchen, welche gleiche Nenner haben, der kleinere von dem gröſſeren subtrahirt werden soll, so zieht man den kleineren Zehler von dem gröſſeren ab, und setzt unter den Rest den gemeinen Nenner; welcher Bruch so dann den gesuchten Rest ausmacht. Soll aber von einer gantzen Zahl nebst einem Bruche eine andere gan-

tze Zahl nebst einem Bruche, dessen Nenner des vorigen Bruchs Nenner gleich ist, subtrahirt werden, so wird der Bruch der kleineren Zahl von dem Bruche der grösseren, und die gantze kleinere Zahl von der gantzen grösseren subtrahirt, wann der Bruch der grössern Zahl grösser ist als der Bruch der kleineren Zahl. Ist aber der Bruch der grösseren Zahl kleiner als der Bruch der kleineren Zahl so wird ein gantzes von der gantzen grösseren Zahl genommen und zu dem Bruche geschlagen, damit die Subtraction geschehen könnne; hierauf aber entweder die gantze Zahl der grösseren um eins kleiner oder die gantze Zahl der kleineren um eins grösser angesehen.

Haben die zwey Brüche, davon der kleinere vom grösseren abgezogen werden soll, gleiche Nenner, so enthalten sie gleiche Theile eines gantzen, nehmlich einjeder so viel solche Theile, als sein Zehler anzeigt. Wann man nun den kleineren Bruch vom grösseren subtrahiren will, so zieht man die kleinere Anzahl solcher Theile von der grösseren ab; das ist, man subtrahirt den kleineren Zehler vom grösseren, und unter den Rest als den Zehler schreibt man den gemeinen Nenner. Als wann $\frac{4}{15}$ von $\frac{7}{15}$ soll abgezogen werden, so bleiben $\frac{3}{15}$, das ist $\frac{1}{5}$ über, woraus die Subtraction solcher Brüche leicht zu begreiffen ist; weswegen folgende Subtractions Exempel zu fernerr Erläuterung gnug seyn werden.

$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{17}{30}$
$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{12}{30}$
Rest. $\frac{2}{7}$	$\frac{2}{12}$ das ist $\frac{1}{6}$	$\frac{5}{30}$ das ist $\frac{1}{6}$.

Hiebey ist nun zu mercken, welches aus der Natur der Brüche von selbst folgt, daß von zweyen Brüchen, welche gleiche Nenner haben, derjenige der grössere ist, welcher den grösseren Zehler hat; sind also die Zehler einander gleich, so sind auch die Brüche einander gleich und folglich der Rest nichts als $\frac{2}{3}$ von $\frac{2}{3}$ bleibt o. Lasst uns nun zwey aus gantzen und Brüchen zusammen gesetzte Zahlen betrachten, so ist diejenige Zahl die grössere, in welcher die gantze Zahl grösser ist, wann nehmlich die Brüche kleiner sind als ein gantzes: allso ist $4\frac{1}{3}$ mehr als $3\frac{2}{3}$, obgleich der Bruch der kleineren grösser ist als der Bruch der grösseren. Haben nun bey zweyen solchen zusammen gesetzten Zahlen die Brüche gleiche Nenner, und ist zugleich der Bruch der grösseren Zahl auch grösser als der Bruch der kleineren, so hat die Subtraction keine Schwierigkeit, indem die gantzen von den gantzen und die Brüche von den Brüchen abgezogen werden können, als $3\frac{2}{5}$ von $7\frac{4}{5}$ bleibt $4\frac{2}{5}$ über, die Operation kan aber mit mehrerem aus folgenden Exempeln ersehen werden.

$10\frac{16}{21}$	$127\frac{19}{30}$
$5\frac{13}{21}$	$69\frac{11}{30}$
Rest. $5\frac{3}{21}$ das ist $5\frac{1}{7}$	$58\frac{8}{30}$ das ist $58\frac{4}{15}$

Gleicher Gestalt, wann $6\frac{7}{12}$ von $9\frac{7}{12}$ subtrahirt werden soll, so bleibt nur 3 über, weilen die Brüche einander gleich sind und von einander aufgehen.

Wenn aber der Bruch der grösseren Zahl kleiner ist als der Bruch der kleineren, so muß wie in der Subtraction der gantzen Zahlen geschehen, von der gantzen grösseren Zahl eine Unität genommen und zum Bruche geschlagen werden, wie aus folgenden Exempeln zu ersehen.

$16\frac{3}{5}$	$347\frac{17}{36}$
$11\frac{4}{5}$	$209\frac{25}{36}$
Rest. $4\frac{4}{5}$	$137\frac{28}{36}$ das ist $137\frac{7}{9}$.

Hier sollen im ersteren Exempel $11\frac{4}{5}$ von $16\frac{3}{5}$ subtrahirt werden; man fängt also bey den Brüchen als der kleinsten Sorte an, und weil $\frac{4}{5}$ von $\frac{3}{5}$ nicht kan subtrahirt werden, so nimmt man von den 16 gantzen eins, welches $\frac{5}{5}$ beträgt, und thut dies zum Bruche $\frac{3}{5}$, so hat man $\frac{8}{5}$: hievon subtrahirt man nun $\frac{4}{5}$, so bleiben in Rest $\frac{4}{5}$; hierauf muß man 11 nicht von 16, sondern nur von 15 subtrahiren, weilen von 16 schon eine Uni-

Unität ist weg genommen worden. Oder welches gleichviel ist, anstatt daß man 16 um eins vermindert, so kan man 11 um eins vermehren und sagen 12 von 16 bleiben 4; ist also in diesem Exempel der gesuchte Rest $4\frac{4}{5}$. Im anderen Exempel da $209\frac{25}{36}$ von $347\frac{1}{3}\frac{7}{6}$ subtrahirt werden soll, nimmt man gleichfals von 347 ein gantzes oder $\frac{36}{36}$ und thut dasselbe zu $\frac{17}{36}$, da hat man $\frac{53}{36}$, davon $\frac{25}{36}$ abgezogen bleibt $\frac{28}{36}$ das ist $\frac{7}{9}$ weil oben und unten durch 4 diuidirt werden kan. Hierauf muß man 209 von 346 oder welches gleich viel 210 von 347 abziehen, da dann 137 zurück bleibt, so daß also der gesuchte Rest $137\frac{7}{9}$ seyn wird.

In diesem und dem vorigen Satz ist also zur Gnüge angezeiget worden, wie so wohl blosse Brüche als aus gantzen und Brüchen zusammen gesetzte Zahlen, wann die Brüche gleiche Nenner haben, unter sich addirt oder von einander subtrahirt werden sollen. Derowegen ist noch übrig zu zeigen, wie mit Brüchen so ungleiche Nenner haben, verfahren werden soll. Hiebey aber ist vor allen Dingen zu mercken, daß solche Brüche anderst nicht tractirt werden können, als daß sie in andere, so gleiche Nenner haben, verwandelt werden: wann also dieses geschehen, so hat weder die Addition noch Subtraction weitere Schwierigkeit. Deswegen laufft die gantze Sache dahinaus, daß wir weisen, wie

zwey

zwey oder mehr Brüche welche ungleiche Nenner haben, in andere verwandelt werden ſollen, welche gleiche Nenner haben, und doch den vorigen dem Werthe nach gleich ſind; dazu aber wird folgende Vorbereitung erfordert.

4.) **Eine gemeine theilbare Zahl** (communis Dividuus) **von zweyen oder mehr gegebenen Zahlen, iſt eine ſolche Zahl, welche ſich durch eine jegliche der gegebenen Zahlen ohne Reſt theilen läſt. Wann nun zwey od r mehr Zahlen gegeben ſind, ſo wird eine ſolche gemeine theilbare Zahl gefunden, wann man die gegebenen Zahlen mit einander m ltiplicirt. Mehr dergleichen gemeine theilbare Zahlen werden gefunden, wann man die erſt gefundene mit einer jeglichen beliebigen Zahl multiplicirt; woraus folgt, daß von zwey oder mehr gegebenen Zahlen unendlich viel gemeine theilbare Zahlen gefunden werden können.**

Geſetzt die gegebenen Zahlen wären 2, 3, 5 ſo ſind davon alle diejenigen Zahlen gemeine theilbare Zahlen, welche ſich durch 2, durch 3, und durch 5 theilen laſſen ohne Reſt; eine ſolche gemeine theilbare Zahl iſt alſo 30, dann 30 läſt ſich durch 2, und durch 3 und durch 5 theilen. Ferner ſind auch 60, 90, 120, 150, und ſo fort gemeine theilbare Zahlen von 2, 3, und 5. Die gegebene Regel eine ſolche gemeine theilbare Zahl zu finden iſt leicht zu begreiffen, dann wann

man

man die gegebenen Zahlen mit einander multiplicirt, so läst sich hinwiederum das Product durch eine jegliche der gegebenen Zahlen theilen und ist folglich davon eine gemeine theilbare Zahl. Ferner ist auch klar, daß wann sich eine Zahl durch die gegebenen Zahlen theilen läst, auch das doppelte, dreyfache, und so fort, dieselbe theilbare Zahl mit einer jeglichen beliebigen Zahl multiplicirt sich dadurch theilen lasse; dann eine jegliche Zahl, welche sich durch die gemeine theilbare Zahl theilen läst, läst sich auch durch die gegebenen Zahlen theilen. Als bey den gegebenen Zahlen 2, 3, 5 multiplicirt man nach der Regel erstlich 2 mit 3 und das Product 6 noch mit 5, so ist 30 das Product von 2, 3, und 5, und folglich eine gemeine theilbare Zahl von 2, 3 und 5. Ferner sind auch alle Zahlen, welche sich durch 30 theilen lassen, gemeine theilbare Zahlen von 2, 3, und 5; diese werden gefunden, wann man 30 mit einer beliebigen Zahl multiplicirt; als da sind 60, 90, 120, 150 und so weiter. Um aber die Operation nach der gegebenen Regel etwas leichter zu machen, so sucht man erstlich, wann mehr als 2 Zahlen gegeben sind, eine gemeine theilbare Zahl nur von zweyen Zahlen, hernach nimmt man zu der gefundenen Zahl die dritte der gegebenen Zahlen, und sucht davon wieder eine gemeine theilbare Zahl; dazu nimmt man ferner die vierte gegebene Zahl, und sucht davon wieder eine gemeine theilbare Zahl, und also fährt man

fort

fort bis man alle gegebenen Zahlen in Betrachtung gezogen hat: als wann von dieſen Zahlen 2, 5, 7, 9, und 11 eine gemeine theilbare Zahl ſollte gefunden werden; ſo würde die Operation wie folget zu ſtehen kommen.

5
2
10
7
70
9
630
11
63
63
6930

Nehmlich man ſucht erſtlich von 2 und 5 eine gemeine theilbare Zahl, welches geſchieht, wann man 5 mit 2 multiplicirt, da dann 10 herauskommt. Ferner ſucht man von 10 und 7 eine gemeine theilbare Zahl, in dem man 10 mit 7 multiplicirt; ſo iſt 70 ſchon eine gemeine theilbare Zahl von 2, 5 und 7. Hernach multiplicirt man die gefundene Zahl 70 mit 9, ſo iſt das Product 630 eine gemeine theilbare Zahl von 70 und 9 und folglich auch von 2, 5, 7, und 9. Endlich multiplicirt man 630 mit 11, ſo iſt das Product 6930 eine gemeine theilbare Zahl von 2, 5, 7, 9, und 11, dergleichen verlanget worden.

Hiebey

Hiebey iſt aber zu mercken, daß man öfters eine kleinere theilbare Zahl angeben könne, als auf dieſe Art durch die Multiplication gefunden wird; in ſolchen Fällen iſt nun dienlich, daß man die kleineſte theilbare Zahl zu finden ſuche, als wodurch die Rechnung um ein merckliches kan abgekürtzt werden. Ob wir nun gleich im folgenden dazu die gehörige Regel geben werden, ſo wollen wir doch hier ein Exempel von einem ſolchen Falle vorbringen, damit man ſich davon zum voraus einen Begriff machen könne. Wann alſo von dieſen Zahlen 2, 4, 6, 9 eine gemeine theilbare Zahl geſucht werden ſollte; ſo nehme man erſtlich 2 mit 4; davon ſieht man, daß 4 eine gemeine theilbare Zahl iſt, welche kleiner iſt, als die, ſo durch die gegebene Regel gefunden wird, nehmlich 8. Man nehme alſo nicht 8 ſondern 4 und dazu 6, und ſuche von 4 und 6 eine gemeine theilbare Zahl; welche nach der Regel 24 ſeyn würde, man ſieht aber daß ſich auch 12 durch 4 und 6 theilen laſſe; welche Zahl man alſo der anderen billich vorzieht. Endlich betrachtet man 12 und 9, und ſucht davon die kleinſte theilbare Zahl, welche 36 iſt, da man nach der Regel 108 gefunden hätte. Alſo iſt 36 eine gemeine theilbare Zahl von 2, 4, 6, 9, und das eine ſolche, welche weit kleiner iſt, als die ſo nach der Regel wäre herausgebracht worden, nehmlich 432. Wie derohalben in allen dergleichen Fällen die kleinſte gemeine theilbare

Zahl gefunden werden soll, dazu dienet folgende Regel.

5.) **Die kleinste gemeine theilbare Zahl** (Minimus communis diuiduus) **von zweyen Zahlen wird gefunden, wann man erstlich den grösten gemeinen Theiler davon sucht, und hernach das** Product **der beyden Zahlen dadurch** diuidirt; **oder welches gleich viel man** diuidirt **die eine Zahl durch den gefundenen grösten gemeinen Theiler, und mit dem** Quoto multiplicirt **man die andere Zahl, da dann das** Product **die kleinste gemeine theilbare Zahl seyn wird. Sind aber mehr als zwey Zahlen vorgegeben, so sucht man erstlich von zweyen davon die kleinste gemeine theilbare Zahl, hernach nimmt man diese und die dritte der gegebenen Zahlen zusammen und sucht davon wiederum die kleinste theilbare Zahl; ferner wiederum von dieser und der vierten gegebenen Zahl, und fährt also fort, bis man alle gegebenen Zahlen durchgegangen: da dann die letzte gefundene Zahl die kleinste gemeine theilbare Zahl aller gegebenen seyn wird.**

Wann die zwey gegebenen Zahlen unter sich untheilbar sind, und also ihr grösster gemeiner Theiler 1 ist, so kan keine kleinere Zahl als das Product davon angeben werden, welche sich durch beyde Zahlen zugleich theilen liesse. Haben aber die beyden gegebenen Zahlen noch ausser 1 einen

gemeinen

gemeinen Theiler, so läst sich noch allzeit, wann man das Product derselben durch diesen gemeinen Theiler dividirt; der Quotus durch beyde Zahlen theilen, und ist folglich auch eine gemeine theilbare Zahl; und das kleiner als das Product selbst. Wann man also das Product durch den grösten gemeinen Theiler dividirt; so muß der Quotus die kleinste gemeine theilbare Zahl seyn von den zwey gegebenen Zahlen, so möglich ist. Wie aber der grösste gemeine Theiler zweyer Zahlen gefunden werden soll, ist schon oben gelehret worden, und vermittelst desselben kan man also allezeit zweyer gegebenen Zahlen kleinste gemeine theilbare Zahl ausfinden. Es ist aber gleich viel ob man das Product der zwey gegebenen Zahlen durch den grösten gemeinen Theiler dividirt, oder ob man vor der Multiplication die eine Zahl durch den grösten gemeinen Theiler dividirt, und hernach durch den gefundenen Quotum die andere Zahl multiplicirt. Um diese Regel aber durch Exempel deutlicher zu machen, so seyen diese Zahlen 9 und 15 vorgegeben, davon die kleinste gemeine theilbare Zahl gefunden werden soll. Dieser Zahlen grösster gemeiner Theiler ist 3; und wann man also das Product nehmlich 135 durch 3 dividirt so kommt 45 heraus, welches die kleinste gemeine theilbare Zahl ist von 9 und 15. Eben diese Zahl aber wird gefunden, wann man die eine Zahl als 9 durch 3 dividirt, und mit dem Quoto 3 die andere Zahl 15 multiplicirt, oder auch

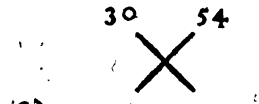
auch wann man die andere Zahl durch 3 diuidiert und mit dem Quoto 5 die andere Zahl 9 multiplicirt. Diese beyden Arten pflegen gemeiniglich durch die Multiplication durch Kreutze vorgestellt zu werden also:

9 15
X
3) 3 5
45 45

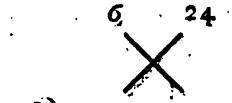
Nehmlich man diuidirt eine jede Zahl 9 und 15 durch den gröſten gemeinen Theiler 3, und schreibt die Quotos 3 und 5 darunter. Hernach multiplicirt man man durch das Kreutz eine jede Zahl mit dem Quoto der anderen, da dann beyderseits 45 herauskommt, welches die kleinſte gemeine theilbare Zahl der beyden gegebenen iſt. Ob aber gleich von dieſen beyden Operationen eine allein genug wäre, ſo iſt gleichwohl dieſe doppelte Operation nicht gäntzlich als unnütz zu verwerfen: dann da durch beyde Multiplicationen ein Product herauskommen muß, ſo dienet dieſe Operation zugleich als eine Probe, daß man ſich im Rechnen nicht geirret; indem wann nicht einerley Zahl gefunden werden ſollte, daſſelbe ein gewiſſes Zeichen eines Fehlers ſeyn würde. Wann alſo von 30 und 54 die kleinſte gemeine theilbare Zahl geſucht werden ſollte, ſo iſt vor allen Dingen nöthig, den gröſten gemeinen Theiler dieſer

Zahlen

Zahlen zu ſuchen, welcher 6 ſeyn wird; hierauf macht man folgende Operation:



Woraus alſo erhellet daß 270 die geſuchte kleinſte gemeine theilbare Zahl ſey. Wann ferner die kleinſte gemeine theilbare Zahl von 6 und 24 geſucht werden ſollte, ſo ſieht man leicht daß dieſelbe 24 ſelbſt ſeyn werde, weilen ſich 24 durch 6 und 24 theilen läſt. Eben dieſe Zahl wird aber auch durch die Regel gefunden: dann da 6 der gröſte gemeine Theiler iſt, ſo kommt die Operation folgender maſſen heraus.



Hieraus ſieht man alſo, daß wann ſich von den zweyen gegebenen Zahlen die gröſſere durch die kleinere theilen läſt, ſo dann die gröſſere Zahl ſelbſt die kleinſte gemeine theilbare Zahl ſey; in welchen Fällen man alſo nicht einmahl nöthig hat die vorgeſchriebenen Operationen anzuſtellen.

Wer nun von zweyen gegebenen Zahlen die kleinſte gemeine theilbare Zahl finden kan, der-

ſelbe iſt zugleich im Stande von ſo viel Zahlen als vorgegeben ſeyn möchten, die kleinſte gemeine theilbare Zahl zu finden. Dann von den vorgegebenen Zahlen nimmt man zwey nach Belieben, und ſucht davon die kleinſte gemeine theilbare Zahl; welche in die Stelle derſelben zweyen Zahlen geſetzt werden kan, ſo daß auf ſolche Weiſe die Anzahl der gegebenen Zahlen um eine kleiner wird. Ferner nimmt man wiederum nach Belieben zwey Zahlen, und ſucht davon die kleinſte gemeine theilbare Zahl, und ſetzt dieſelbe an die Stelle derſelben zweyen Zahlen, ſo daß die Anzahl der Zahlen wiederum um eine vermindert wird. Solchergeſtalt fährt man alſo fort, bis man alle gegebenen Zahlen auf zwey gebracht hat, deren kleinſte gemeine theilbare Zahl zugleich die kleinſte gemeine theilbare Zahl von allen vorgegebenen Zahlen iſt. Dieſe Regel iſt von der im Satze gegebenen nur darinn unterſchieden, daß man nach jener immer die letztgefundene kleinſte theilbare Zahl mit einer neuen Zahl zuſammen nimmt, und davon die kleinſte gemeine theilbare Zahl ſucht: nach dieſer Regel aber man nach Belieben zwey Zahlen nehmen kan; welche noch nicht in Betrachtung gezogen worden ſind. Dieſe Freyheit der letzteren Regel iſt aber nicht ohne Nutzen; dann da kan man immer ſolche zwey Zahlen ausleſen, davon man am leichteſten die kleinſte gemeine theilbare Zahl ausfinden kan, dergleichen ſind ſolche zwey Zahlen, davon die

gröſſere ſich durch die kleinere theilen läſt, dann da iſt die gröſſere Zahl ſelbſt die kleinſte gemeine theilbare Zahl; wie ſchon gemeldet worden iſt. Oder man nimmt auch zwey ſolche Zahlen davon der gröſte gemeine Theiler ſchon bekannt iſt, und iſt alſo der Mühe überhoben ſich der vorgegebenen Operation zu bedienen. Durch ſolche Handgriffe aber, welche bey dieſer Regel angebracht werden können, kan die gantze Operation ungemein abgekürtzet werden; inſonderheit wann man ſich durch eine fleißige Übung darinn feſtgeſetzt hat. Wir wollen aber den Gebrauch dieſer Regel durch einige Exempel deutlicher erklären.

Es ſoll von dieſen Zahlen 4, 5, 6, 9, 10, 16 die kleinſte gemeine theilbare Zahl gefunden werden. Hier kan man zu erſt dieſe Zahlen 4 und 16 annehmen, weil ſich 16 durch 4 theilen läſt, und folglich davon 16 die kleinſte gemeine theilbare Zahl iſt. Anſtatt dieſer beyden Zahlen 4 und 16 ſetzt man alſo nur 16, und hat folglich nur noch dieſe Zahlen, 5, 6, 9, 10, 16 davon die kleinſte gemeine theilbare Zahl geſucht werden ſoll. Ferner betrachtet man dieſe Zahlen 5 und 10 deren kleinſte gemeine theilbare Zahl wie vorher 10 iſt, und hat alſo nur noch 6, 9, 10, 16. Nun nehme man 6 und 9, deren gröſter gemeiner Theiler 3, und folglich die kleinſte gemeine theilbare Zahl 18 iſt; und ſetzt alſo 18 an die Stelle der beyden Zahlen 6 und 9, ſo daß alſo nur noch dieſe drey Zahlen 10, 16, 18 vorhanden ſind.

Hievon kan man 10 und 16 nehmen, deren gröster gemeiner Theiler 2 und die kleinste gemeine theilbare Zahl 80 gefunden wird; so daß jetzo nur noch diese zwey Zahlen 18 und 80 vorhanden sind. Von diesen zwey Zahlen sucht man endlich die kleinste gemeine theilbare Zahl welche 720 gefunden wird; und diese ist auch die kleinste gemeine theilbare Zahl der vorgegebenen Zahlen 4, 5, 6, 9, 10, 16. Die gantze Operation aber kan folgender gestalt auf das bequemste vorgestellet werden.

4, 5, 6, 9, 10, 16
18 80
720

Nehmlich man streicht gleich diejenigen Zahlen aus durch welche sich andere von den gegebenen Zahlen theilen lassen, nehmlich 4 und 5. Hiernach für 6 und 9 setzt man 18, und für 10 und 16 setzt man 80. Endlich aus 18 und 80 findet man 720, welches die kleinste gemeine theilbare Zahl ist.

Wann von diesen Zahlen 6, 8, 9, 12, 15, 20, 25, die kleinste gemeine theilbare Zahl gesucht werden soll; so wird die Operation also zu stehen kommen.

6, 8, 9, 12, 15, 20, 25
72 60
300
1800

Erstlich

Erſtlich ſtreicht man 6 aus, weilen ſich 12 dadurch theilen läſt. Zweytens für 8 und 9 ſetzt man die kleinſte gemeine theilbare Zahl davon nehmlich 72, und ſtreicht 8 und 9 aus. Drittens ſtreicht man auch 12 aus, weil ſich 72 durch 12 theilen läſt. Viertens für 15 und 20 ſetzt man 60 als die kleinſte gemeine theilbare Zahl. Fünftens für 60 und 25 ſetzt man 300. Endlich hat man nur noch zwey Zahlen 72 und 300 deren gröſter gemeiner Theiler 12 und folglich die kleinſte gemeine theilbare Zahl 1800 iſt, welche geſucht worden.

Von dieſen Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 wird die kleinſte gemeine theilbare Zahl alſo gefunden.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
18 40
126 2520

Erſtlich werden 2, 3, 4, und 5 ausgeſtrichen, weilen dieſelben Theiler ſind von anderen gegebenen Zahlen. Hernach für 6 und 9 ſchreibt man 18, für 8 und 10 ſetzt man 40, für 7 und 18 ſetzt man 126; und endlich für 126 und 40 findet man 2520, welches die kleinſte gemeine theilbare Zahl iſt, von allen den vorgegebenen Zahlen.

Die Ordnuug, nach welcher wir die Zahlen genommen, iſt wie ſchon gemeldet willkührig, und kan wie man immer will verändert werden; wann man nur alle vorgegebenen Zahlen in Betrachtung

sieht. Man mag aber eine Ordnung erwehlen, wie man will, so wird man allezeit einerley Zahl zuletzt finden, welche der kleinste gesuchte gemeine theilbare Zahl seyn wird.

6) Zwey oder mehr Brüche, welche ungleiche Nenner haben, werden folgender gestalt in andere gleiches Inhalts verwandelt, deren Nenner gleich sind. Erstlich nimmt man alle Nenner der gegebenen Brüche, und sucht davon die kleinste gemeine theilbare Zahl, welche für den gemeinen Nenner aller Brüche, in welche die gegebenen Brüche verwandelt werden sollen, angenommen wird. Hernach dividirt man diesen gemeinen Nenner durch einen jeglichen Nenner der gegebenen Brüche, und mit den Quotis multiplicirt man die dahin gehörigen Zehler, so geben diese Producte die Zehler der gesuchten Brüche. Auf diese Art verwandelt man also die gegebenen Brüche in andere, welche den gegebenen dem Werthe nach gleich sind, und dabey gleiche Nenner haben.

Aus demjenigen was oben von der Natur der Brüche ist angeführt worden, erhellet, daß man einen jeglichen Bruch in einen anderen verwandeln kan, dessen Nenner zwey mahl oder drey mahl oder mehr mahl grösser ist als der gegebene Nenner; dieses geschieht nehmlich, wann man so wohl den Zehler als Nenner des gegebenen

Bruchs

Bruchs durch 2, 3, oder eine andere beliebige Zahl multiplicirt. Derowegen kan man allezeit einen Bruch in einen anderen verwandeln, dessen Nenner gegeben ist, wann sich nur dieser Nenner durch jenen theilen läst. Als dieser Bruch $\frac{3}{4}$ kan in einen anderen verwandelt werden, dessen Nenner 12 ist, weilen sich 12 durch 4 theilen läst, und nehmlich 3 für den Quotum gibt. Weilen nun der neue Nenner 3 mahl so gröss ist als der alte, so muß auch der neue Zehler 3 mahl gröſſer seyn als der alte, und derowegen wird der neue Bruch gefunden werden $\frac{9}{12}$. Wann ferner dieser Bruch $\frac{7}{10}$ in einen anderen verwandelt werden soll, dessen Nenner 50 sey, so diuidirt man 50 durch den vorigen Nenner, und mit dem Quoto 5 multiplicirt man den vorigen Zehler 7, so gibt das Product 35 den Zehler des neuen Bruchs; weswegen also der verwandelte Bruch $\frac{35}{50}$ seyn wird, welcher auch wie leicht zu sehen dem vorigen Bruche $\frac{7}{10}$ gleich ist; dann wann dieses Bruchs Nenner und Zehler mit 5 multiplicirt wird, so kommt dieser $\frac{35}{50}$ heraus. Wann also ein Bruch in eine andere Form gebracht werden soll, davon der Nenner gegeben ist, doch so, daß sich derselbe durch den Nenner des vorgegebenen Bruchs theilen lasse, so kan der neue Bruch auf diese Art sehr leicht gefunden werden. Man diuidirt den neuen Nenner durch

den

Zahl gefunden werden soll, dazu dienet folgende Regel.

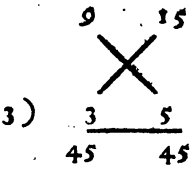
5.) **Die kleinste gemeine theilbare Zahl** (Minimus communis diuiduus) **von zweyen Zahlen wird gefunden, wann man erstlich den grösten gemeinen Theiler davon sucht, und hernach das** Product **der beyden Zahlen dadurch** diuidirt; **oder welches gleich viel man** diuidirt **die eine Zahl durch den gefundenen grösten gemeinen Theiler, und mit dem** Quoto multiplicirt **man die andere Zahl, da dann das** Product **die kleinste gemeine theilbare Zahl seyn wird. Sind aber mehr als zwey Zahlen vorgegeben, so sucht man erstlich von zweyen davon die kleinste gemeine theilbare Zahl, hernach nimmt man diese und die dritte der gegebenen Zahlen zusammen und sucht davon wiederum die kleinste theilbare Zahl; ferner wiederum von dieser und der vierten gegebenen Zahl, und fährt also fort, bis man alle gegebenen Zahlen durchgegangen: da dann die letzte gefundene Zahl die kleinste gemeine theilbare Zahl aller gegebenen seyn wird.**

Wann die zwey gegebenen Zahlen unter sich untheilbar sind, und also ihr grösster gemeiner Theiler 1 ist, so kan keine kleinere Zahl als das Product davon angeben werden, welche sich durch beyde Zahlen zugleich theilen liesse. Haben aber die beyden gegebenen Zahlen noch ausser 1 einen

gemeinen

gemeinen Theiler, so läst sich noch allzeit, wann man das Product derselben durch diesen gemeinen Theiler dividirt, der Quotus durch beyde Zahlen theilen, und ist folglich auch eine gemeine theilbare Zahl; und das kleiner als das Product selbst. Wann man also das Product durch den gröſten gemeinen Theiler dividirt, so muß der Quotus die kleinſte gemeine theilbare Zahl seyn von den zwey gegebenen Zahlen, so möglich ist. Wie aber der gröſte gemeine Theiler zweyer Zahlen gefunden werden soll, ist schon oben gelehret worden, und vermittelst desselben kan man allezeit zweyer gegebenen Zahlen kleinſte gemeine theilbare Zahl ausfinden. Es ist aber gleich viel ob man das Product der zwey gegebenen Zahlen durch den gröſten gemeinen Theiler dividirt, oder ob man vor der Multiplication die eine Zahl durch den gröſten gemeinen Theiler dividirt, und hernach durch den gefundenen Quotum die andere Zahl multiplicirt. Um diese Regel aber durch Exempel deutlicher zu machen, so seyen diese Zahlen 9 und 15 vorgegeben, davon die kleinſte gemeine theilbare Zahl gefunden werden soll. Dieser Zahlen gröſter gemeiner Theiler ist 3, und wann man also das Product nehmlich 135 durch 3 dividirt so kommt 45 heraus, welches die kleinſte gemeine theilbare Zahl ist von 9 und 15. Eben diese Zahl aber wird gefunden, wann man die eine Zahl als 9 durch 3 dividirt, und mit dem Quoto 3 die andere Zahl 15 multiplicirt, oder

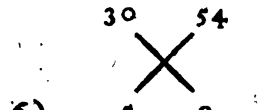
auch wann man die andere Zahl durch 3 diuidirt und mit dem Quoto 5 die andere Zahl 9 multiplicirt. Dieſe beyden Arten pflegen gemeiniglich durch die Multiplication durch Kreutze vorgeſtellt zu werden alſo:



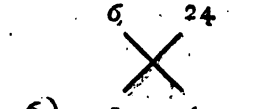
Nehmlich man diuidirt eine jede Zahl 9 und 15 durch den gröſten gemeinen Theiler 3, und ſchreibt die Quotos 3 und 5 darunter. Hernach multiplicirt man man durch das Kreutz eine jede Zahl mit dem Quoto der anderen, da dann beyderſeits 45 herauskommt, welches die kleinſte gemeine theilbare Zahl der beyden gegebenen iſt. Ob aber gleich von dieſen beyden Operationen eine allein genug wäre, ſo iſt gleichwohl dieſe doppelte Operation nicht gänzlich als unnütz zu verwerfen: dann da durch beyde Multiplicationen ein Product herauskommen muß, ſo dienet dieſe Operation zugleich als eine Probe, daß man ſich im Rechnen nicht geirret; indem wann nicht einerley Zahl gefunden werden ſollte, daſſelbe ein gewiſſes Zeichen eines Fehlers ſeyn würde. Wann alſo von 30 und 54 die kleinſte gemeine theilbare Zahl geſucht werden ſollte, ſo iſt vor allen Dingen nöthig, den gröſten gemeinen Theiler dieſer

Zahlen

Zahlen zu ſuchen, welcher 6 ſeyn wird; hierauf macht man folgende Operation:



Woraus alſo erhellet daß 270 die geſuchte kleinſte gemeine theilbare Zahl ſey. Wann ferner die kleinſte gemeine theilbare Zahl von 6 und 24 geſucht werden ſollte, ſo ſieht man leicht daß dieſelbe 24 ſelbſt ſeyn werde, weilen ſich 24 durch 6 und 24 theilen läſt. Eben dieſe Zahl wird aber auch durch die Regel gefunden: dann da 6 der gröſte gemeine Theiler iſt, ſo kommt die Operation folgender maſſen heraus.



Hieraus ſieht man alſo, daß wann ſich von den zweyen gegebenen Zahlen die gröſſere durch die kleinere theilen läſt, ſo dann die gröſſere Zahl ſelbſt die kleinſte gemeine theilbare Zahl ſey; in welchen Fällen man alſo nicht einmahl nöthig hat die vorgeſchriebenen Operationen anzuſtellen.

Wer nun von zweyen gegebenen Zahlen die kleinſte gemeine theilbare Zahl finden kan, der-

ſelbe iſt zugleich im Stande von ſo viel Zahlen als vorgegeben ſeyn möchten, die kleinſte gemeine theilbare Zahl zu finden. Dann von den vorgegebenen Zahlen nimmt man zwey nach Belieben, und ſucht davon die kleinſte gemeine theilbare Zahl; welche in die Stelle derſelben zweyen Zahlen geſetzt werden kan, ſo daß auf ſolche Weiſe die Anzahl der gegebenen Zahlen um eine kleiner wird. Ferner nimmt man wiederum nach Belieben zwey Zahlen, und ſucht davon die kleinſte gemeine theilbare Zahl, und ſetzt dieſelbe an die Stelle derſelben zweyen Zahlen, ſo daß die Anzahl der Zahlen wiederum um eine vermindert wird. Solchergeſtalt fährt man alſo fort, bis man alle gegebenen Zahlen auf zwey gebracht hat, deren kleinſte gemeine theilbare Zahl zugleich die kleinſte gemeine theilbare Zahl von allen vorgegebenen Zahlen iſt. Dieſe Regel iſt von der im Satze gegebenen nur darinn unterſchieden, daß man nach jener immer die letztgefundene kleinſte theilbare Zahl mit einer neuen Zahl zuſammen nimmt, und davon die kleinſte gemeine theilbare Zahl ſucht: nach dieſer Regel aber man nach Belieben zwey Zahlen nehmen kan; welche noch nicht in Betrachtung gezogen worden ſind. Dieſe Freyheit der letzteren Regel iſt aber nicht ohne Nutzen; dann da kan man immer ſolche zwey Zahlen ausleſen, davon man am leichteſten die kleinſte gemeine theilbare Zahl ausfinden kan, dergleichen ſind ſolche zwey Zahlen, davon die

gröſſere ſich durch die kleinere theilen läſt, dann da iſt die gröſſere Zahl ſelbſt die kleinſte gemeine theilbare Zahl; wie ſchon gemeldet worden iſt. Oder man nimmt auch zwey ſolche Zahlen davon der gröſte gemeine Theiler ſchon bekannt iſt, und iſt alſo der Mühe überhoben ſich der vorgegebenen Operation zu bedienen. Durch ſolche Handgriffe aber, welche bey dieſer Regel angebracht werden können, kan die gantze Operation ungemein abgekürtzet werden; inſonderheit wann man ſich durch eine fleißige Übung darinn feſtgeſetzt hat. Wir wollen aber den Gebrauch dieſer Regel durch einige Exempel deutlicher erklären.

Es ſoll von dieſen Zahlen 4, 5, 6, 9, 10, 16 die kleinſte gemeine theilbare Zahl gefunden werden. Hier kan man zu erſt dieſe Zahlen 4 und 16 annehmen, weil ſich 16 durch 4 theilen läſt, und folglich davon 16 die kleinſte gemeine theilbare Zahl iſt. Anſtatt dieſer beyden Zahlen 4 und 16 ſetzt man alſo nur 16, und hat folglich nur noch dieſe Zahlen, 5, 6, 9, 10, 16 davon die kleinſte gemeine theilbare Zahl geſucht werden ſoll. Ferner betrachtet man dieſe Zahlen 5 und 10 deren kleinſte gemeine theilbare Zahl wie vorher 10 iſt, und hat alſo nur noch 6, 9, 10, 16. Nun nehme man 6 und 9, deren gröſter gemeiner Theiler 3, und folglich die kleinſte gemeine theilbare Zahl 18 iſt; und ſetzt alſo 18 an die Stelle der beyden Zahlen 6 und 9, ſo daß alſo nur noch dieſe drey Zahlen 10, 16, 18 vorhanden ſind.

Hievon kan man 10 und 16 nehmen, deren gröſter gemeiner Theiler 2 und die kleinſte gemeine theilbare Zahl 80 gefunden wird; ſo daß jetzo nur noch dieſe zwey Zahlen 18 und 80 vorhanden ſind. Von dieſen zwey Zahlen ſucht man endlich die kleinſte gemeine theilbare Zahl welche 720 gefunden wird; und dieſe iſt auch die kleinſte gemeine theilbare Zahl der vorgegebenen Zahlen 4, 5, 6, 9, 10, 16. Die gantze Operation aber kan folgender geſtalt auf das bequemſte vorgeſtellet werden.

4, 5, 6, 9, 10, 16
18 80
720

Nehmlich man ſtreicht gleich diejenigen Zahlen aus durch welche ſich andere von den gegebenen Zahlen theilen laſſen, nehmlich 4 und 5. Hernach für 6 und 9 ſetzt man 18, und für 10 und 16 ſetzt man 80. Endlich aus 18 und 80 findet man 720, welches die kleinſte gemeine theilbare Zahl iſt.

Wann von dieſen Zahlen 6, 8, 9, 12, 15, 20, 25, die kleinſte gemeine theilbare Zahl geſucht werden ſoll; ſo wird die Operation alſo zu ſtehen kommen.

6, 8, 9, 12, 15, 20, 25
72 60
300
1800

Erſtlich

Erstlich streicht man 6 aus, weilen sich 12 dadurch theilen läst. Zweytens für 8 und 9 setzt man die kleinste gemeine theilbare Zahl davon nehmlich 72, und streicht 8 und 9 aus. Drittens streicht man auch 12 aus, weil sich 72 durch 12 theilen läst. Viertens für 15 und 20 setzt man 60 als die kleinste gemeine theilbare Zahl. Fünftens für 60 und 25 setzt man 300. Endlich hat man nur noch zwey Zahlen 72 und 300 deren gröster gemeiner Theiler 12 und folglich die kleinste gemeine theilbare Zahl 1800 ist, welche gesucht worden.

Von diesen Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 wird die kleinste gemeine theilbare Zahl also gefunden.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
18 40
126 2520

Erstlich werden 2, 3, 4, und 5 ausgestrichen, weilen dieselben Theiler sind von anderen gegebenen Zahlen. Hernach für 6 und 9 schreibt man 18, für 8 und 10 setzt man 40, für 7 und 18 setzt man 126; und endlich für 126 und 40 findet man 2520, welches die kleinste gemeine theilbare Zahl ist, von allen den vorgegebenen Zahlen.

Die Ordnuug, nach welcher wir die Zahlen genommen, ist wie schon gemeldet willkührig, und kan wie man immer will verändert werden; wann man nur alle vorgegebenen Zahlen in Betrachtung

recht. Man mag aber eine Ordnung erwehlen, wie man will, so wird man allezeit einerley Zahl zuletzt finden, welche der kleinste gesuchte gemeine theilbare Zahl seyn wird.

6) Zwey oder mehr Brüche, welche ungleiche Nenner haben, werden folgender gestalt in andere gleiches Inhalts verwandelt, deren Nenner gleich sind. Erstlich nimmt man alle Nenner der gegebenen Brüche, und sucht davon die kleinste gemeine theilbare Zahl, welche für den gemeinen Nenner aller Brüche, in welche die gegebenen Brüche verwandelt werden sollen, angenommen wird. Hernach dividirt man diesen gemeinen Nenner durch einen jeglichen Nenner der gegebenen Brüche, und mit den Quotis multiplicirt man die dahin gehörigen Zehler, so geben diese Producte die Zehler der gesuchten Brüche. Auf diese Art verwandelt man also die gegebenen Brüche in andere, welche den gegebenen dem Werthe nach gleich sind, und dabey gleiche Nenner haben.

Aus demjenigen was oben von der Natur der Brüche ist angeführt worden, erhellet, daß man einen jeglichen Bruch in einen anderen verwandeln kan, dessen Nenner zwey mahl oder drey mahl oder mehr mahl grösser ist als der gegebene Nenner; dieses geschieht nehmlich, wann man so wohl den Zehler als Nenner des gegebenen

Bruchs

Bruchs durch 2, 3, oder eine andere beliebige Zahl multiplicirt. Derowegen kan man allezeit einen Bruch in einen anderen verwandeln, dessen Nenner gegeben ist, wann sich nur dieser Nenner durch jenen theilen läst. Als dieser Bruch $\frac{3}{4}$ kan in einen anderen verwandelt werden, dessen Nenner 12 ist, weilen sich 12 durch 4 theilen läst, und nehmlich 3 für den Quotum gibt. Weilen nun der neue Nenner 3 mahl so gross ist als der alte, so muß auch der neue Zehler 3 mahl grösser seyn als der alte, und derowegen wird der neue Bruch gefunden werden $\frac{9}{12}$. Wann ferner dieser Bruch $\frac{7}{10}$ in einen anderen verwandelt werden soll, dessen Nenner 50 sey, so diuidirt man 50 durch den vorigen Nenner, und mit dem Quoto 5 multiplicirt man den vorigen Zehler 7, so gibt das Product 35 den Zehler des neuen Bruchs; weswegen also der verwandelte Bruch $\frac{35}{50}$ seyn wird, welcher auch wie leicht zu sehen dem vorigen Bruche $\frac{7}{10}$ gleich ist; dann wann dieses Bruchs Nenner und Zehler mit 5 multiplicirt wird, so kommt dieser $\frac{35}{50}$ heraus. Wann also ein Bruch in eine andere Form gebracht werden soll, davon der Nenner gegeben ist, doch so, daß sich derselbe durch den Nenner des vorgegebenen Bruchs theilen lasse, so kan der neue Bruch auf diese Art sehr leicht gefunden werden. Man diuidirt den neuen Nenner durch

den

den alten, und mit dem Quotient multiplicirt man den alten Zehler, so gibt das Product den neuen Zehler. Hieraus sieht man nun leicht, daß wann zwey oder mehr Brüche, so ungleiche Nenner haben, in andere verwandelt werden sollen, welche einen gemeinen Nenner haben; alsdann dieser gemeine Nenner so beschaffen seyn müsse, daß sich derselbe durch einen jeglichen Nenner der gegebenen Brüche theilen lasse: folglich muß also der gemeine Nenner eine gemeine theilbare Zahl seyn der vorgegebenen Nenner. Um derowegen zwey oder mehr Brüche in andere zu verwandeln, welche einen gemeinen Nenner haben, so muß man erstlich von den gegebenen Nenneren eine gemeine theilbare Zahl suchen, und dieselbe für den gemeinen Nenner annehmen. Hernach kan ein jeder Bruch nach der vorgegebenen Regel in einen anderen verwandelt werden, dessen Nenner die gefundene gemeine theilbare Zahl ist, und also werden alle diese gefundenen Brüche einerley Nenner haben. Als wann diese Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, in andere verwandelt werden sollen, welche gleiche Nenner haben; so sucht man erstlich eine gemeine theilbare Zahl, welche 60 gefunden wird. Hernach verwandelt man einen jeglichen Bruch in einen anderen, dessen Nenner 60 ist; also wird dieser Bruch $\frac{2}{3}$ in $\frac{40}{60}$, dieser $\frac{3}{4}$ in $\frac{45}{60}$ und dieser $\frac{1}{5}$ in $\frac{12}{60}$ verwandelt, so daß man anstatt der gegebenen Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$,

diese

diese $\frac{40}{60}$, $\frac{45}{60}$, $\frac{12}{60}$, haben wird, welche wie verlanget worden, gleiche Nenner haben. Diese Operation pflegt nun die Reducirung der Brüche gleichen Nenneren genannt zu werden; und Brüche zu gleichen Nenneren bringen oder reduciren ist nichts anders als die gegebenen Brüche in andere verwandeln, deren Nenner einander gleich sind. Weilen nun diese Operation darauf beruhet, daß man von den Nenneren der gegebenen Brüche eine gemeine theilbare Zahl finde, dergleichen gemeine theilbare Zahlen aber unendlich viel angegeben werden können, so ist klar, daß die Reducirung der Brüche zu gleichen Nenneren auf unendlich viel Arten geschehen könne. Es ist aber leicht zu erachten, daß diejenige Art welche den kleinsten gemeinen Nenner gibt, allen anderen billig vorgezogen zu werden verdienet. Dann dadurch wird die Rechnung nicht wenig abgekürtzet, wann die Reduction der Brüche zu gleichen Nenneren in den kleinsten möglichen Zahlen vollzogen wird. Dieser Vortheil aber wird erhalten, wann man für den gemeinen Nenner der gesuchten Brüche die kleinste gemeine theilbare Zahl der gegebenen Nenner annimmt. Derowegen hat man bey der Reduction der Brüche zu gleichen Nenneren diese Regel in acht zu nehmen. Erstlich sucht man die kleinste gemeine theilbare Zahl aller gegebenen Nenner; und setzt dieselbe für den gemeinen Nenner der gesuchten Brüche. Hernach um die

gehörigen

gehörigen Zehler zu finden, so diuidirt man diesen gemeinen Nenner durch den Nenner eines jeglichen gegebenen Bruchs, und mit dem Quoto multiplicirt man den Zehler desselben Bruchs so hat man den gesuchten Zehler. Diese gantze Operation aber wird durch folgende Exempel mehr erläutert werden.

Erstlich sollen diese Brüche $\frac{5}{12}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{7}{20}$ und $\frac{4}{21}$ zu gleichen Nenneren gebracht oder in andere verwandelt werden, welche gleiche Nenner haben.

Man suche also für allen Dingen die kleinste gemeine theilbare Zahl der gegebenen Nenner 12, 15, 20, 21, wie vorher gelehret worden, welche 420 ist. Diese Zahl wird nun für den gemeinen Nenner der gesuchten Brüche angenommen; diese Brüche selbst aber werden auf folgende Weise gefunden.

$\frac{5}{12}$	$\frac{175}{420}$	35
$\frac{8}{15}$	$\frac{224}{420}$	28
$\frac{7}{20}$	$\frac{147}{420}$	21
$\frac{4}{21}$	$\frac{80}{420}$	20

Nehmlich nach dem man die querstriche der gegebenen Brüche fortgezogen, so wird unter einen jeglichen der gemeine Nenner 420 geschrieben; hernach diuidirt man diesen gemeinen Nenner durch einen jeglichen Nenner der gegebenen Brüche; und setzt die Quotos weiter zur rechten;

als

als 420 durch 12 diuidirt gibt 35, und 420 durch 15 gibt 28, und 420 durch 20 gibt 21, und 420 durch 21 gibt 20. Endlich multipli irt man diese Quotos mit den gegenüber stehenden Zehlern der gegebenen Brüche und schreibt die Product in die Stellen der Zehler der gesuchten Brüche. Als 5 mahl 35 gibt 175, und 8 mahl 28 gibt 224 und so fort. Wann dieses geschehen, so hat man die verlangten Brüche von einerley Nenner zur Seite der gegebenen, welche durch einen Strich von einander abgesondert werden. Die Figur der Operation kan ein jeder nach seinem Gutbefinden ändern, und um der Kürtze willen, so wohl die Quotos gar weg lassen, als auch den gemeinen Nenner nur ein mahl oben a part setzen.

Wann diese Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$ zu gleichen Nenneren gebracht werden sollen; so wird erstlich die kleinste gemeine theilbare Zahl von allen Nenneren gesucht, und dafür 2520 gefunden; hernach aber die Operation folgender gestalt verrichtet.

1/2	1260 / 2520	1260
2/3	1680 / 2520	840
3/4	1890 / 2520	630
4/5	2016 / 2520	504
5/6	2100 / 2520	420
6/7	2160 / 2520	360
7/8	2205 / 2520	315
8/9	2240 / 2520	280
9/10	2268 / 2520	252

Ein Exempel von Brüchen, so aus grösseren Zahlen bestehen, können diese $\frac{13}{63}$, $\frac{22}{105}$, $\frac{103}{140}$ geben, welche da die kleinste theilbare Zahl der Nenner ist 1260, wie folget zu gleichen Nenneren gebracht werden.

13/63	260 / 1260	20
22/105	264 / 1260	12
103/140	927 / 1260	9

Aus welchen Exempeln diese Operation Brüche zu gleichen Nenneren zu bringen genugsam zu ersehen ist.

7) **Wann so wohl einzele Brüche als ganze Zahlen sammt Brüchen entweder zusammen** addirt **oder von einander** subtrahirt **werden**

werden sollen, so werden vor allen Dingen die Brüche zu gleichen Nenneren gebracht oder in andere verwandelt, so gleiche Nenner haben. Hernach wird die Addition oder Subtraction verrichtet, wie schon oben ist gelehret worden mit Brüchen deren Nenner gleich sind. Nehmlich bey der Addition werden die Zehler der gefundenen Brüche zusammen addirt, und unter die Summ als einen Zeyler der gemeine Nenner geschrieben; welcher Bruch die Summ der Brüche anzeiget. Ist nun dieser Bruch grösser als ein ganzes, so werden die ganzen daraus gezogen, und so noch ganze Zahlen zu addiren da sind, mit zu derselben Summ geschlagen. In der Subtraction aber wird der Zehler des unteren Bruchs von dem Zehler des oberen Bruchs subtrahirt, wofern derselbe kleiner ist; sollte der untere Zehler aber grösser seyn, so wird der obere Bruch um ein ganzes vermehret und so dann die Subtraction vollzogen.

In den vorigen Sätzen von N. 2 und 3 ist schon zur Gnüge gewiesen worden, wie so wohl die Addition als Subtraction mit Brüchen, welche gleiche Nenner haben, vollzogen werden soll. Hier aber kommen wir zu eben diesen Operationen, wann die vorgegebenen Brüche ungleiche Nenner haben. Hiebey kommt nun zu statten, was im vorigen Satze ist vorgebracht worden, wie Brüche von ungleichen Nenneren

in andere verwandelt werden sollen, welche gleiche Nenner haben. Wann wir also diese Verwandlung zu Hülfe nehmen, so wird so wohl die Addition als Subtraction in Brüchen, deren Nenner ungleich sind, auf die schon gelehrte Addition und Subtraction in Brüchen so gleiche Nenner haben reduciret. Derowegen wann entweder einzele Brüche oder gantze Zahlen samt Brüchen zusammen addirt oder von einander subtrahirt werden sollen, so müssen vor allen Dingen die Brüche in andere, deren Nenner einander gleich sind, verwandelt, und diese an der vorigen Stelle gesetzt werden, da dann so wohl die Addition als Subtraction, wie oben gelehret worden, verrichtet werden kan. Hiebey ist also nichts mehr zu erinneren übrig als durch einige Exempel diese beyden Operationen mehr zu erläuteren.

Exempel von der Addition in Brüchen.

I. Fragts sich wieviel $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{6}$ zusammen addirt ausmachen.

Hier ist die kleinste gemeine theilbare Zahl der Nenner 6; man bringt also diese Brüche zu gleichen Nenneren, und addirt dieselben wie folget.

$$\begin{array}{r|l} \frac{1}{2} & \frac{3}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \hline \text{Summ} & \frac{4}{6} \text{ das ist } \frac{2}{3}. \end{array}$$

Also ist $\frac{2}{3}$ die gesuchte Summ von $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{6}$.

II. Man

II. Man verlanget die Summ von diesen Brüchen $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{15}$ zu wissen.

Die kleinste gemeine theilbare Zahl von 5, 6 und 15 ist 30, und also wird die gantze Operation wie folget, zu stehen kommen.

$\frac{3}{5}$	18
$\frac{1}{6}$	5
$\frac{7}{15}$	14
	37

Summ. $\frac{37}{30}$ das ist $1\frac{7}{30}$.

Weilen die neuen Brüche alle einerley Nenner haben, so kan man um der Kürtze willen, nur allein die Zehler hinsetzen, und den gemeinen Nenner nur apart anmercken; wie in folgendem Exempel zu sehen.

III. Wie groß ist die Summ von diesen Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{9}$.

Von diesen Brüchen wird der gemeine Nenner 2520 werden, und folglich die Operation seyn wie folget.

2520

$\frac{1}{2}$	1260
$\frac{2}{3}$	1680
$\frac{1}{4}$	630
$\frac{2}{5}$	1008
$\frac{1}{6}$	420
$\frac{2}{7}$	720
$\frac{1}{8}$	315
$\frac{2}{9}$	560

Summ. $\frac{6593}{2520}$ das ist $2\frac{1553}{2520}$.

IV. Vier Personen legen Geld zusammen, der erste $15\frac{1}{2}$ Rubl. der zweyte $12\frac{3}{4}$ Rubl. der dritte $10\frac{2}{5}$ Rubl. und der vierte $8\frac{7}{10}$ Rubl. Nun ist die Frage, wie groß die ganze Summ seyn werde?

Um diese Summ finden, so hat man diese Zahlen $15\frac{1}{2}$, $12\frac{3}{4}$, $10\frac{2}{5}$, $8\frac{7}{10}$ zusammen zu addiren, welche Operation seyn wird wie folget.

	20
$15\frac{1}{2}$	10
$12\frac{3}{4}$	15
$10\frac{2}{5}$	8
$8\frac{7}{10}$	14

Summ. 45 $\frac{47}{20}$ das ist $47\frac{7}{20}$ Rubl.

Dann die Summ der Brüche ist $\frac{47}{20}$ das ist 2 und $\frac{7}{20}$; wann nun die zwey gantzen Rubl. zu den 45 Rubl. gethan werden, so ist die gesuchte Summ $47\frac{7}{20}$ Rubl.

V. Wann folgende Zahlen $217\frac{32}{75}$, $340\frac{28}{45}$ und $425\frac{40}{63}$ zusammen addirt werden sollen, so wird die Summ folgender gestalt gefunden werden.

	1575
$217\frac{32}{75}$	672
$340\frac{28}{45}$	980
$425\frac{40}{63}$	1000

Summ. 982 $\frac{2652}{1575}$ das ist $983\frac{1077}{1575}$.

Das ist ferner $983\frac{351}{525}$, weilen sich der Bruch durch 3 verkleinern läst.

Exempel von der Subtraction in gebrochenen Zahlen.

I. Man verlanget zu wissen, was überbleibt wann $\frac{1}{3}$ von $\frac{3}{5}$ subtrahirt werden?

Diesen Rest zu finden müssen die gegebenen Brüche zu gleichen Nenneren gebracht, und hernach die Subtraction, wie folget, verrichtet werden.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 9 \\ 5 & 15 \\ 1 & 5 \\ \hline 3 & 15 \end{array}$$

Rest $\frac{4}{15}$.

II. Wann man den Unterscheid zwischen diesen Brüchen $\frac{12}{17}$ und $\frac{2}{4}\frac{9}{1}$ finden wollte, so muß man den kleineren Bruch vom grösseren subtrahiren; weilen aber noch nicht bekannt ist, welcher Bruch grösser ist als der andere, so muß vorher dieses gesucht werden. Dieses wird nun zugleich gefunden, wann diese Brüche zu gleichen Nenneren gebracht werden; dann dessen Zehler alsdann grösser wird als des anderen, so ist auch derselbe Bruch grösser. Man hat also nur die gegebenen Brüche zu gleichen Nenneren zu bringen und den kleineren vom grösseren zu subtrahiren, wie folget.

$\frac{12}{17}$

$$\begin{array}{r|l} \frac{12}{17} & \frac{492}{697} \\ \frac{29}{41} & \frac{493}{697} \\ \hline \end{array}$$

Rest. $\frac{1}{697}$

Also ist $\frac{29}{41}$ grösser als $\frac{12}{17}$ und der Unterscheid ist $\frac{1}{697}$.

III. Von diesen zweyen Brüchen $\frac{13}{21}$ und $\frac{55}{89}$ verlanget man zu wissen, welcher der grössere sey, und auch um wieviel der grössere grösser sey als der kleinere.

Man bringet diese Brüche also zu gleichen Nenneren, da dann so wohl erhellen wird, welcher grösser ist als der andere, als auch wie groß der Unterscheid ist.

$$\begin{array}{r|l} \frac{13}{21} & \frac{1157}{1369} \\ \frac{55}{89} & \frac{1155}{1369} \\ \hline \end{array}$$

Rest. $\frac{2}{1369}$

Folglich ist $\frac{13}{21}$ mehr als $\frac{55}{89}$ und der Unterscheid ist $\frac{2}{1369}$.

IV. Von $3\frac{7}{12}$ soll $1\frac{4}{9}$ subtrahirt werden.

Man bringet also die Brüche zu gleichen Nenneren, und verrichtet die Subtraction wie oben gelehret worden.

$$\begin{array}{r|l} 3\frac{7}{12} & \frac{21}{36} \\ 1\frac{4}{9} & \frac{16}{36} \\ \hline \end{array}$$

Rest. $2\frac{5}{36}$.

V. Wann $23\frac{13}{30}$ von $49\frac{8}{105}$ subtrahirt werden sollen, so wird der Rest folgender gestalt gefunden.

$$\begin{array}{rcc} & 49\frac{8}{105} & \frac{16}{210} \\ & 23\frac{13}{30} & \frac{91}{210} \\ \hline \text{Rest.} & 25 & \frac{135}{210} \end{array}$$

das ist $25\frac{9}{14}$.

Cap. VIII.

Von der Multiplication mit gebrochenen Zahlen.

I.

Wann ein Bruch durch eine gantze Zahl multiplicirt werden soll, so multiplicirt man nur den Zehler mit der gantzen Zahl, und läst den Nenner unverändert. Gleicher gestalt wann eine gantze Zahl samt einem Bruche durch eine gantze Zahl multiplicirt werden soll, so multiplicirt man dadurch die gantze Zahl und auch den Bruch insbesondere; da dann diese beyden Producte zusammen das gesuchte Product ausmachen. Bey dem gefundenen Bruche hat man aber ferner zu sehen, ob derselbe mehr als ein gantzes enthalte, oder auch ob derselbe verklei-

nert

nert werden könne, als in welchen Fällen es dienlich ist den Bruch in der leichtesten Form auszudrücken.

Der Grund dieses Satzes beruhet auf der Natur der Multiplication, als welche nichts anders ist als eine Addition vieler Zahlen so einander gleich sind, wie oben bey der Multiplication mit gantzen Zahlen ist dargethan worden. Wann also ein Bruch mit 2 multiplicirt werden soll, so darf man nur denselben Bruch zwey mahl setzen, und diese beyden Brüche zusammen addiren, welche weilen sie so wohl gleiche Nenner als gleiche Zehler haben, so wird die Summ oder das Product ein Bruch seyn, dessen Zehler zwey mahl so groß als der Zehler des gegebenen Bruchs, der Nenner aber dem Nenner des gegebenen Bruchs gleich ist. Wann derowegen ein Bruch mit 2 multiplicirt werden soll, so muß man nur den Zehler mit 2 multipliciren. Also wird das Product von 2 und $\frac{1}{3}$ oder zwey mahl $\frac{1}{3}$ seyn $\frac{2}{3}$, und 2 mahl $\frac{4}{7}$ wird geben $\frac{8}{7}$ oder $1\frac{1}{7}$. Gleicher gestalt, wann ein Bruch mit 3 oder 4 oder einer anderen Zahl multiplicirt werden soll, so geschieht diese Multiplication, wann man den gegebenen Bruch drey mahl oder 4 mahl oder so viel mahl als der Multiplicator anzeiget setzt, und diese Brüche zusammen addirt. Weilen nun diese Brüche einander völlig gleich sind, so addirt man nur die Zehler, das ist man multiplicirt den

Zehler des gegebenen Bruchs mit 3, 4 oder einer anderen Zahl so gegeben ist. Hieraus erhellet nun, daß wann ein Bruch mit einer gegebenen Zahl multiplicirt werden soll, das Product gefunden werde, wann man nur den Zehler mit der gegebenen Zahl multiplicirt, den Nenner aber unverändert läst. Also wird 3 mahl $\frac{1}{2}$ machen $\frac{3}{2}$ das ist $1\frac{1}{2}$; und 4 mahl $\frac{3}{14}$ wird geben $\frac{12}{14}$ das ist $\frac{6}{7}$; und 15 mahl $\frac{2}{5}$ gibt $\frac{30}{5}$ das ist 6 gantze. Um also einen Bruch mit einer gegebenen Zahl zu multipliciren hat man diese Regel, man multiplicirt den Zehler des Bruchs mit der gegebenen Zahl, und unter das Product als den Zehler schreibt man den Nenner des gegebenen Bruchs, so hat man das gesuchte Product. Zu mehrerer Erläuterung können folgende Exempel dienen.

21	mahl	$\frac{5}{28}$	macht	$\frac{105}{84}$	das ist	$3\frac{3}{4}$
144	mahl	$\frac{19}{60}$	macht	$\frac{2736}{60}$	das ist	$45\frac{3}{5}$
250	mahl	$\frac{27}{50}$	macht	$\frac{6750}{50}$	das ist	135

Ob aber gleich diese Regel allhier nur dienet um einen Bruch mit einer gantzen Zahl zu multipliciren, so ist dieselbe doch allgemein, und enthält zugleich die Multiplication eines Bruchs mit einem Bruche. Nehmlich wann ein Bruch mit einem Bruche multiplicirt werden soll, so darf man gleichfals nur den Zehler des einen Bruchs mit

mit dem anderen Bruche multipliciren, um den Zehler des gesuchten Products zu bekommen, dessen Nenner der vorige Nenner bleibt. Weilen aber auf diese Art gemeiniglich der Zehler des gefundenen Bruchs selbst ein Bruch wird, so kan man mit einem solchen Prod & nicht zufrieden seyn; als wann $\frac{2}{3}$ mit $\frac{4}{7}$ multiplicirt werden sollte, kommt nach dieser Regel für das Product ein Bruch heraus, dessen Zehler 2 mahl $\frac{4}{7}$ das ist $\frac{8}{7}$, und der Nenner 3 ist, woraus man sich aber noch keinen deutlichen Begriff von diesem Product machen kan. Wir werden aber im folgenden aus eben diesem Fundament deutlicher zeigen, wie in solchen Multiplicationen das Product durch einen eigentlichen Bruch, dessen Zehler und Nenner gantze Zahlen sind, ausgedruckt werden könne. Allhier aber brauchen wir diese gegebene Regel nur zu solchen Fällen, da ein Bruch mit einer gantzen Zahl multiplicirt werden soll, als in welchen Multiplicationen diese Regel keiner Schwierigkeit unterworfen ist. Weilen wir nun durch Hülfe dieser Regel einen jeglichen Bruch mit einer gantzen Zahl multipliciren können, so kan auch eine Zahl, so aus einer gantzen und gebrochenen Zahl zusammen gesetzt ist, leicht mit einer jeglichen gantzen Zahl multiplicirt werden. Dann da in solchen Fällen der Multiplicator eine gantze Zahl ist der Multiplicandus aber aus zwey Theilen bestehet, davon einer gleichfals eine

gantze

gantze der andere aber eine gebrochene Zahl ist, so wird das Product gefunden, wann man einen jeglichen Theil des Multiplicandi insbesondere mit dem Multiplicator multiplicirt, und die Product zusammen addirt. Als wann $3\frac{2}{5}$ mit 2 multiplicirt werden sollen, so findet man $6\frac{4}{5}$; dann 2 mahl $\frac{2}{5}$ macht $\frac{4}{5}$, und 2 mahl 3 macht 6. Item $7\frac{4}{9}$ mit 6 multiplicirt geben $42\frac{24}{9}$ das ist $44\frac{2}{3}$; dann 6 mahl $\frac{4}{9}$ gibt $\frac{24}{9}$ das ist $2\frac{2}{3}$, und 6 mahl 7 ist 42, wozu die vorigen 2 gethan 44 ausmachen. Man kan aber eben dergleichen Exempel auch auf die vorige Art obgleich mit grösserer Mühe ausrechnen, wann man die aus einer gantzen und gebrochenen zusammen gesetzte Zahl in einen einzelen Bruch bringet. Als um $3\frac{2}{5}$ durch 2 zu multipliciren, kan man $\frac{17}{5}$ für $3\frac{2}{5}$ schreiben, welche mit 2 multiplicirt $\frac{34}{5}$ das ist $6\frac{4}{5}$ geben, wie vorher gefunden worden. Gleicher gestalt bey dem andern Exempel werden $7\frac{4}{9}$ in $\frac{67}{9}$ verwandelt, welche mit 6 multiplicirt $\frac{402}{9}$ das ist $44\frac{6}{9}$ oder $44\frac{2}{3}$ geben, wie oben. Diese letztere Art kan also zu einem Beweistum dienen, daß die vorige ihre Richtigkeit hat.

2) **Wann ein Bruch mit einer gantzen Zahl, welche dem Nenner desselben gleich**

ist,

ist, multiplicirt wird, so wird das Product eine ganze Zahl seyn, welche dem Zehler desselben Bruchs gleich ist. Oder wann ein Bruch mit seinem Nenner multiplicirt wird, so ist der Zehler desselben das Product, welches herauskommt. Ist aber die ganze Zahl mit welcher ein Bruch multiplicirt wird, zwey mahl so groß als der Nenner, so ist auch das Product zwey mahl so groß als der Zehler; und so viel mahl dieselbe Zahl, mit welcher ein Bruch multiplicirt wird, grösser ist als der Nenner des Bruchs, eben so viel mahl wird auch das Product grösser seyn als der Zehler desselben Bruchs.

Wann also dieser Bruch $\frac{3}{5}$ mit 5 das ist mit seinem Nenner multiplicirt wird, so muß nach dieser Regel das Product 3 das ist dem Zehler des gegebenen Bruchs gleich seyn. Eben dieses Product aber kommt nach der vorigen Regel, nach welcher wir gelehret haben einen Bruch mit einer gantzen Zahl multipliciren, heraus; dann wann $\frac{3}{5}$ mit 5 multiplicirt wird, so ist das Product $\frac{15}{5}$ das ist 3 gantze. Hieraus erhellet nun der Grund dieser jetztgegebenen Regel; dann läst uns einen jeglichen Bruch mit seinem Nenner multipliciren nach der vorgegebenen Regel, so wird das Product ein Bruch seyn, dessen Zehler ist der vorige Zehler mit dem Nenner multiplicirt, der Nenner aber wird der vorige Nenner seyn.

In

In diesem Bruche läst sich also der Zehler durch den Nenner diuidiren, und der Quotus, welcher den Werth des Bruchs ausdruckt, wird der Zehler des gegebenen Bruchs seyn. Hieraus ist nun klar, daß wann ein Bruch mit seinem Nenner multipliciret wird, der Zehler desselben das Product anzeigen werde. Ob nun gleich in solchen Fällen eben dieses Product auch durch die vorige Regel gefunden wird, so muß doch dabey eine Multiplication und Diuision gebraucht werden, welche beyden Operationen nach dieser Regel nicht nöthig sind, in dem man nur den blossen Zehler für das Product hinschreiben darf. Also wann dieser Bruch $\frac{17}{25}$ mit 28 multipliciret wird, so ist das Product 17; und $\frac{121}{125}$ mit 125 multiplicirt gibt 121. Diese Regel aber wird uns im folgenden hauptsächlich dazu dienen, daß man wisse, mit was für einer Zahl man einen Bruch multipliciren müsse, damit das Product eine gantze Zahl werde. Nehmlich man sieht hieraus, daß man einen Bruch, damit das Product eine gantze Zahl werde, mit seinem Nenner multipliciren müsse, dann da wird das Product dem Zehler desselben Bruchs gleich seyn. Es gibt aber ausser dem Nenner eines Bruchs noch unendlich viel andere Zahlen, durch welche, wann derselbe Bruch multipliciret wird, gantze Zahlen gefunden werden. Dann da das Prod. dem Zehler gleich wird, wann der Multiplicator der

Nenner

Nenner ist, so ist auch aus der Natur der Multiplication bekannt, daß wann der Multiplicator zwey mahl oder drey mahl oder mehr mahl grösser genommen werde, als der vorige nehmlich der Nenner, als dann auch das Product eben so viel mahl grösser seyn müsse als vorher, nehmlich als der Zehler desselben Bruchs. Derowegen ist klar, daß so viel mahl diejenige Zahl, mit welcher ein Bruch multiplicirt werden soll, grösser ist als der Nenner, als dann das Product eben so viel mahl grösser seyn werde als der Zehler desselben Bruchs. Also wann $\frac{7}{12}$ mit 24 multipliciret wird, so ist das Product 14; dann weilen hier 24 zwey mahl so groß ist als der Nenner 12, so muß das Product 14 zwey mahl so groß seyn als der Zehler 7. Gleicher gestalt wann $\frac{2}{3}$ mit 18 multiplicirt werden soll, so sieht man, daß der Multiplicator 18 sechs mahl grösser ist als der Nenner 3; deswegen wird das Product auch sechs mahl grösser als der Zehler 2, und folglich 12 seyn. Ob es aber gleich unendlich viel Zahlen gibt, welche mit einem Bruche multiplicirt gantze Zahlen hervorbringen, so wird dennoch am vortheilhafftesten seyn sich nur allein des Nenners selbst zu bedienen, weilen auf diese Art das kleinste gantze Product herauskommt, und ohne einige Operation gefunden wird.

3) **Wann zwey oder mehr Brüche mit einander** multiplicirt **werden sollen, so wird das**

Exempel von der Subtraction in gebrochenen Zahlen.

I. Man verlanget zu wissen, was überbleibt wann $\frac{1}{3}$ von $\frac{3}{5}$ subtrahirt werden?

Diesen Rest zu finden müssen die gegebenen Brüche zu gleichen Nenneren gebracht, und hernach die Subtraction, wie folget, verrichtet werden.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 9 \\ 5 & 15 \\ 1 & 6 \\ 3 & 15 \end{array}$$

Rest $\frac{4}{15}$.

II. Wann man den Unterscheid zwischen diesen Brüchen $\frac{12}{17}$ und $\frac{9}{14}$ finden wollte, so muß man den kleineren Bruch vom grösseren subtrahiren; weilen aber noch nicht bekannt ist, welcher Bruch grösser ist als der andere, so muß vorher dieses gesucht werden. Dieses wird nun zugleich gefunden, wann diese Brüche zu gleichen Nenneren gebracht werden; dann dessen Zehler alsdann grösser wird als des anderen, so ist auch derselbe Bruch grösser. Man hat also nur die gegebenen Brüche zu gleichen Nenneren zu bringen und den kleineren vom grösseren zu subtrahiren, wie folget.

$\frac{12}{17}$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 492 \\ \hline 17 & 697 \\ 29 & 493 \\ \hline 41 & 697 \end{array}$$

Rest. $\frac{1}{697}$

Also ist $\frac{29}{41}$ grösser als $\frac{12}{17}$ und der Unterscheid ist $\frac{1}{697}$.

III. Von diesen zweyen Brüchen $\frac{13}{21}$ und $\frac{55}{89}$ verlanget man zu wissen, welcher der grössere sey, und auch um wieviel der grössere grösser sey als der kleinere.

Man bringet diese Brüche also zu gleichen Nenneren, da dann so wohl erhellen wird, welcher grösser ist als der andere, als auch wie groß der Unterscheid ist.

$$\begin{array}{r|l} 13 & 1157 \\ \hline 21 & 1369 \\ 55 & 1155 \\ \hline 89 & 1369 \end{array}$$

Rest. $\frac{2}{1369}$

Folglich ist $\frac{13}{21}$ mehr als $\frac{55}{89}$ und der Unterscheid ist $\frac{2}{1369}$.

IV. Von $3\frac{7}{12}$ soll $1\frac{4}{9}$ subtrahirt werden.

Man bringet also die Brüche zu gleichen Nenneren, und verrichtet die Subtraction wie oben gelehret worden.

$$\begin{array}{r|l} 3\frac{7}{12} & 21 \\ \hline 1\frac{4}{9} & 36 \end{array}$$

Rest. $2\frac{5}{36}$.

V. Wann $23\frac{13}{30}$ von $49\frac{8}{105}$ subtrahirt werden sollen, so wird der Rest folgender gestalt gefunden.

$49\frac{8}{105}$		$\frac{16}{210}$	
$23\frac{13}{30}$		$\frac{91}{210}$	
Rest.	25	$\frac{135}{210}$	das ist $25\frac{9}{14}$

Cap. VIII.

Von der Multiplication mit gebrochenen Zahlen.

I.

WAnn ein Bruch durch eine ganze Zahl multiplicirt werden soll, so multiplicirt man nur den Zehler mit der ganzen Zahl, und läst den Nenner unverändert. Gleicher gestalt wann eine ganze Zahl samt einem Bruche durch eine ganze Zahl multiplicirt werden soll, so multiplicirt man dadurch die ganze Zahl und auch den Bruch insbesondere; da dann diese beyden Producte zusammen das gesuchte Product ausmachen. Bey dem gefundenen Bruche hat man aber ferner zu sehen, ob derselbe mehr als ein ganzes enthalte, oder auch ob derselbe verklei-

nert

nert werden könne, als in welchen Fällen es dienlich ist den Bruch in der leichtesten Form auszudrücken.

Der Grund dieses Satzes beruhet auf der Natur der Multiplication, als welche nichts anders ist als eine Addition vieler Zahlen so einander gleich sind, wie oben bey der Multiplication mit gantzen Zahlen ist dargethan worden. Wann also ein Bruch mit 2 multiplicirt werden soll, so darf man nur denselben Bruch zwey mahl setzen, und diese beyden Brüche zusammen addiren, welche weilen sie so wohl gleiche Nenner als gleiche Zehler haben, so wird die Summ oder das Product ein Bruch seyn, dessen Zehler zwey mahl so groß als der Zehler des gegebenen Bruchs, der Nenner aber dem Nenner des gegebenen Bruchs gleich ist. Wann derowegen ein Bruch mit 2 multiplicirt werden soll, so muß man nur den Zehler mit 2 multipliciren. Also wird das Product von 2 und $\frac{1}{3}$ oder zwey mahl $\frac{1}{3}$ seyn $\frac{2}{3}$, und 2 mahl $\frac{4}{7}$ wird geben $\frac{8}{7}$ oder $1\frac{1}{7}$. Gleicher gestalt, wann ein Bruch mit 3 oder 4 oder einer anderen Zahl multiplicirt werden soll, so geschieht diese Multiplication, wann man den gegebenen Bruch drey mahl oder 4 mahl oder so viel mahl als der Multiplicator anzeiget setzt, und diese Brüche zusammen addirt. Weilen nun diese Brüche einander völlig gleich sind, so addirt man nur die Zehler, das ist man multiplicirt den

Zehler des gegebenen Bruchs mit 3, 4 oder einer anderen Zahl so gegeben ist. Hieraus erhellet nun, daß wann ein Bruch mit einer gegebenen Zahl multiplicirt werden soll, das Product gefunden werde, wann man nur den Zehler mit der gegebenen Zahl multiplicirt, den Nenner aber unverändert läst. Also wird 3 mahl $\frac{1}{2}$ machen $\frac{3}{2}$ das ist $1\frac{1}{2}$; und 4 mahl $\frac{3}{14}$ wird geben $\frac{12}{14}$ das ist $\frac{6}{7}$; und 15 mahl $\frac{2}{5}$ gibt $\frac{30}{5}$ das ist 6 gantze. Um also einen Bruch mit einer gegebenen Zahl zu multipliciren hat man diese Regel, man multiplicirt den Zehler des Bruchs mit der gegebenen Zahl, und unter das Product als den Zehler schreibt man den Nenner des gegebenen Bruchs, so hat man das gesuchte Product. Zu mehrerer Erläuterung können folgende Exempel dienen.

21 mahl $\frac{5}{28}$ macht $\frac{105}{84}$ das ist $3\frac{3}{4}$

144 mahl $\frac{19}{60}$ macht $\frac{2736}{60}$ das ist $45\frac{3}{5}$

250 mahl $\frac{27}{50}$ macht $\frac{6750}{50}$ das ist 135

Ob aber gleich diese Regel allhier nur dienet um einen Bruch mit einer gantzen Zahl zu multipliciren, so ist dieselbe doch allgemein, und enthält zugleich die Multiplication eines Bruchs mit einem Bruche. Nehmlich wann ein Bruch mit einem Bruche multiplicirt werden soll, so darf man gleichfals nur den Zehler des einen Bruchs

mit

mit dem anderen Bruche multipliciren, um den Zehler des gesuchten Products zu bekommen, dessen Nenner der vorige Nenner bleibt. Weilen aber auf diese Art gemeiniglich der Zehler des gefundenen Bruchs selbst ein Bruch wird, so kan man mit einem solchen Prod & nicht zufrieden seyn; als wann $\frac{2}{3}$ mit $\frac{4}{7}$ multiplicirt werden sollte, kommt nach dieser Regel für das Product ein Bruch heraus, dessen Zehler 2 mahl $\frac{4}{7}$ das ist $\frac{8}{7}$, und der Nenner 3 ist, woraus man sich aber noch keinen deutlichen Begriff von diesem Product machen kan. Wir werden aber im folgenden aus eben diesem Fundament deutlicher zeigen, wie in solchen Multiplicationen das Product durch einen eigentlichen Bruch, dessen Zehler und Nenner gantze Zahlen sind, ausgedruckt werden könne. Allhier aber brauchen wir diese gegebene Regel nur zu solchen Fällen, da ein Bruch mit einer gantzen Zahl multiplicirt werden soll, als in welchen Multiplicationen diese Regel keiner Schwierigkeit unterworfen ist. Weilen wir nun durch Hülfe dieser Regel einen jeglichen Bruch mit einer gantzen Zahl multipliciren können, so kan auch eine Zahl, so aus einer gantzen und gebrochenen Zahl zusammen gesetzt ist, leicht mit einer jeglichen gantzen Zahl multiplicirt werden. Dann da in solchen Fällen der Multiplicator eine gantze Zahl ist der Multiplicandus aber aus zwey Theilen bestehet, davon einer gleichfals eine

gantze

gantze der andere aber eine gebrochene Zahl ist, so wird das Product gefunden, wann man einen jeglichen Theil des Multiplicandi insbesondere mit dem Multiplicator multiplicirt, und die Product zusammen addirt. Als wann $3\frac{2}{5}$ mit 2 multiplicirt werden sollen, so findet man $6\frac{4}{5}$; dann 2 mahl $\frac{2}{5}$ macht $\frac{4}{5}$, und 2 mahl 3 macht 6. Item $7\frac{4}{9}$ mit 6 multiplicirt geben $42\frac{24}{9}$ das ist $44\frac{2}{3}$; dann 6 mahl $\frac{4}{9}$ gibt $\frac{24}{9}$ das ist $2\frac{2}{3}$, und 6 mahl 7 ist 42, wozu die vorigen 2 gethan 44 ausmachen. Man kan aber eben dergleichen Exempel auch auf die vorige Art obgleich mit grösserer Mühe ausrechnen, wann man die aus einer gantzen und gebrochenen zusammen gesetzte Zahl in einen einzelen Bruch bringet. Als um $3\frac{2}{5}$ durch 2 zu multipliciren, kan man $\frac{17}{5}$ für $3\frac{2}{5}$ schreiben, welche mit 2 multiplicirt $\frac{34}{5}$ das ist $6\frac{4}{5}$ geben, wie vorher gefunden worden. Gleicher gestalt bey dem andern Exempel werden $7\frac{4}{9}$ in $\frac{67}{9}$ verwandelt, welche mit 6 multiplicirt $\frac{402}{9}$ das ist $44\frac{6}{9}$ oder $44\frac{2}{3}$ geben, wie oben. Diese letztere Art kan also zu einem Beweistum dienen, daß die vorige ihre Richtigkeit hat.

2) **Wann ein Bruch mit einer gantzen Zahl, welche dem Nenner desselben gleich**

ist,

ist, multiplicirt wird, so wird das Product eine ganze Zahl seyn, welche dem Zehler desselben Bruchs gleich ist. Oder wann ein Bruch mit seinem Nenner multiplicirt wird, so ist der Zehler desselben das Product, welches herauskommt. Ist aber die ganze Zahl mit welcher ein Bruch multiplicirt wird, zwey mahl so groß als der Nenner, so ist auch das Product zwey mahl so groß als der Zehler; und so viel mahl dieselbe Zahl, mit welcher ein Bruch multiplicirt wird, grösser ist als der Nenner des Bruchs, eben so viel mahl wird auch das Product grösser seyn als der Zehler desselben Bruchs.

Wann also dieser Bruch $\frac{3}{5}$ mit 5 das ist mit seinem Nenner multiplicirt wird, so muß nach dieser Regel das Product 3 das ist dem Zehler des gegebenen Bruchs gleich seyn. Eben dieses Product aber kommt nach der vorigen Regel, nach welcher wir gelehret haben einen Bruch mit einer ganzen Zahl multipliciren, heraus; dann wann $\frac{3}{5}$ mit 5 multipliciret wird, so ist das Product $\frac{15}{5}$ das ist 3 ganze. Hieraus erhellet nun der Grund dieser jetztgegebenen Regel; dann läst uns einen jeglichen Bruch mit seinem Nenner multipliciren nach der vorgegebenen Regel, so wird das Product ein Bruch seyn, dessen Zehler ist der vorige Zehler mit dem Nenner multiplicirt, der Nenner aber wird der vorige Nenner seyn.

In

In diesem Bruche läst sich also der Zehler durch den Nenner diuidiren, und der Quotus, welcher den Werth des Bruchs ausdrückt, wird der Zehler des gegebenen Bruchs seyn. Hieraus ist nun klar, daß wann ein Bruch mit seinem Nenner multipliciret wird, der Zehler desselben das Product anzeigen werde. Ob nun gleich in solchen Fällen eben dieses Product auch durch die vorige Regel gefunden wird, so muß doch dabey eine Multiplication und Diuision gebraucht werden, welche beyden Operationen nach dieser Regel nicht nöthig sind, in dem man nur den blossen Zehler für das Product hinschreiben darf. Also wann dieser Bruch $\frac{17}{25}$ mit 28 multipliciret wird, so ist das Product 17; und $\frac{121}{125}$ mit 125 multiplicirt gibt 121. Diese Regel aber wird uns im folgenden hauptsächlich dazu dienen, daß man wisse, mit was für einer Zahl man einen Bruch multipliciren müsse, damit das Product eine gantze Zahl werde. Nehmlich man sieht hieraus, daß man einen Bruch, damit das Product eine gantze Zahl werde, mit seinem Nenner multipliciren müsse, dann da wird das Product dem Zehler desselben Bruchs gleich seyn. Es gibt aber ausser dem Nenner eines Bruchs noch unendlich viel andere Zahlen, durch welche, wann derselbe Bruch multipliciret wird, gantze Zahlen gefunden werden. Dann da das Prod. dem Zehler gleich wird, wann der Multiplicator der

Nenner

Nenner ist, so ist auch aus der Natur der Multiplication bekannt, daß wann der Multiplicator zwey mahl oder drey mahl oder mehr mahl grösser genommen werde, als der vorige nehmlich der Nenner, als dann auch das Product eben so viel mahl grösser seyn müsse als vorher, nehmlich als der Zehler desselben Bruchs. Derowegen ist klar, daß so viel mahl diejenige Zahl, mit welcher ein Bruch multiplicirt werden soll, grösser ist als der Nenner, als dann das Product eben so viel mahl grösser seyn werde als der Zehler desselben Bruchs. Also wann $\frac{7}{12}$ mit 24 multiplicivet wird, so ist das Product 14; dann weilen hier 24 zwey mahl so groß ist als der Nenner 12, so muß das Product 14 zwey mahl so groß seyn als der Zehler 7. Gleicher gestalt wann $\frac{2}{3}$ mit 18 multiplicirt werden soll, so sieht man, daß der Multiplicator 18 sechs mahl grösser ist als der Nenner 3; deswegen wird das Product auch sechs mahl grösser als der Zehler 2, und folglich 12 seyn. Ob es aber gleich unendlich viel Zahlen gibt, welche mit einem Bruche multiplicirt gantze Zahlen hervorbringen, so wird dennoch am vortheilhafftesten seyn sich nur allein des Nenners selbst zu bedienen, weilen auf diese Art das kleinste gantze Product herauskommt, und ohne einige Operation gefunden wird.

3) **Wann zwey oder mehr Brüche mit einander** multiplicirt **werden sollen, so wird** das

das Product folgender gestalt gefunden: man multiplicirt die Zehler mit einander, und was herauskommt ist der Zehler des Products: gleicher gestalt multiplicirt man auch die Nenner mit einander und was herauskomt, ist der Nenner des gesuchten Products. Das Product zweyer oder mehr Brüche wird also ein Bruch seyn, dessen Zehler das Product der Zehler, der Nenner aber das Product der Nenner ist.

Nach dieser Regel ist also sehr leicht zwey oder mehr Brüche mit einander zu multipliciren, indem diese Operation bloß in der Multiplication der Zehler und Nenner der gegebenen Brüche besteht; weswegen die Multiplication der Brüche weit leichter fällt als die Addition und Subtraction, als zu welchen erfordert wird die Brüche vorher zu gleichen Nenneren zu bringen, welche bey der Multiplication nicht von nöthen ist. Der Grund dieser Regel aber beruhet auf den zwey vorhergehenden Sätzen. Dann nach dem ersten wird ein Bruch mit einer jeglichen Zahl multiplicirt, wann man nur den Zehler mit derselben multiplicirt, den Nenner aber unverändert läst. Ob aber gleich diese Regel nur zu Multiplication der Brüche mit gantzen Zahlen ist gebraucht worden, so gilt dieselbe dennoch auch, wann Brüche mit Brüchen multiplicirt werden sollen; wie wir schon oben angemercket haben. Wann man aber nach dieser Regel den Zehler eines Bruchs

mit

mit einem anderen Bruche multiplicirt, um den Zehler des Products zu bekommen, so fällt man in diese Schwierigkeit, daß der Zehler des Products gemeiniglich eine gebrochene Zahl wird, und folglich von dem Werthe eines solchen Products kein deutlicher Begriff formirt werden kan. Also wann man $\frac{7}{12}$ mit $\frac{5}{9}$ multipliciren soll, so muß man nach dieser Regel den Zehler 7 mit dem Bruche $\frac{5}{9}$ multipliciren, um den Zehler des Products zu bekommen, welcher also $\frac{35}{9}$ seyn wird, der Nenner aber des Products bleibt 12. Also ist in diesem Exempel das Product ein Bruch dessen Zehler $\frac{35}{9}$ und Nenner 12 ist. Weilen wir aber von keinen anderen Brüchen bisher Meldung gethan, als von solchen, deren Zehler und Nenner gantze Zahlen sind: so müssen wir sehen, ob wir einen solchen uneigentlichen Bruch nicht in einen anderen verwandeln können, dessen Zehler und Nenner gantze Zahlen sind. Dieses aber kan durch Hülfe des vorigen Satzes bewerckstelliget werden; dann da ein Bruch seinem Werthe nach unverändert bleibt, wann man beydes Zehler und Nenner durch eine jegliche beliebige Zahl multiplicirt: so müssen wir hier nur eine solche Zahl suchen, mit welcher wann Zehler und Nenner multiplicirt werden, gantze Zahlen herauskommen. Wann also der Zehler eines Bruchs selbst eine gebrochene Zahl ist, so darf man nur mit dem Nenner dieser gebrochenen

Zahl beydes den Zehler und Nenner des vorgelegten Bruchs multipliciren. Als im gegebenen Exempel war das Product ein Bruch dessen Zehler $\frac{35}{9}$ und Nenner 12 ist; um nun diesen Bruch in eine gewöhnliche Form zu bringen, so multiplicire man Zehler und Nenner mit 9; daher wird nun ein anderer Bruch entspringen, dessen Zehler 35 und Nenner 108 seyn wird; und welcher dem vorigen völlig gleich ist. Wann derohalben $\frac{7}{12}$ mit $\frac{5}{9}$ multipliciret werden soll, so wird das Product $\frac{35}{108}$ seyn, welches auch sehr schön mit der gegebenen Regel übereinstimmt; dann hier ist 35 das Product der Zehler 7 und 5, und 108 das Product von den Nennern 12 und 9; woraus der Grund der gegebenen Regel schon einiger massen erhellet. Um aber den Grund vollkommen anzuzeigen, so last uns zwey Brüche betrachten, davon der erste durch den anderen multipliciret werden soll; dieses geschieht nun wann man den Zehler des ersten mit dem anderen Bruche multiplicirt, den Nenner aber unverändert läst. Also wird das Product ein Bruch seyn, dessen Nenner dem Nenner des ersten Bruchs gleich ist, der Zehler aber wird für sich ein Bruch seyn, dessen Nenner dem Nenner des anderen gegebenen Bruchs gleich, der Zehler aber das Product aus beyden Zehlern ist. Wann also dieses Product in gehörige Form gebracht, und nehmlich so wohl der Zehler als Nenner durch den

Nenner

Nenner des anderen Bruchs multipliciret wird, so wird das Product in einen ordentlichen Bruch verwandelt werden; dessen Zehler das Product der Zehler, der Nenner aber das Product der Nenner ist. Dieses ist also eben die Regel welche wir im Satze angezeiget haben, um zwey Brüche mit einander zu multipliciren; davon wir auch nun das Fundament deutlich genug erkläret haben. Zu mehrerer Erläuterung aber wird erfordert, die Multiplication mit Brüchen an und für sich selbst weitlauffiger auszuführen; welches am füglichsten durch etliche Exempel geschehen wird. Wann eine gantze Zahl oder ein Bruch mit $\frac{1}{2}$ multipliciret werden soll, so wird nichts anders gefragt, als daß man die Helfte derselben Zahl oder desselben Bruchs finden soll. Dann gleich wie das doppelte oder dreyfache von einer Zahl finden nichts anders ist als dieselbe Zahl mit 2 oder mit 3 multipliciren; so ist auch die Helfte von einer Zahl finden nichts anders als dieselbe Zahl mit $\frac{1}{2}$ multipliciren. Wann man demnach die Helfte von $\frac{3}{5}$ fordert, so muß man $\frac{3}{5}$ mit $\frac{1}{2}$ multipliciren, da dann nach der gegebenen Regel $\frac{3}{10}$ herauskommt. Gleicher gestalt wann man wissen will, was $\frac{2}{3}$ von $\frac{9}{10}$ austragen, so muß man diese Brüche mit einander multipliciren, da dann $\frac{18}{30}$ das ist $\frac{3}{5}$ herauskommt. Dergleichen Exempel folgen noch etliche.

$\frac{3}{4}$ mit $\frac{5}{6}$ gibt $\frac{15}{24}$ das ist $\frac{5}{8}$
$\frac{1}{3}$ mit $\frac{15}{16}$ gibt $\frac{15}{48}$ das ist $\frac{5}{16}$
$\frac{7}{12}$ mit $\frac{12}{7}$ gibt $\frac{84}{84}$ das ist 1.

Hieraus erhellet, daß wann man mit einem Bruche multiplicirt, das Product kleiner werde als die Zahl welche multiplicirt worden, welches einiger massen wieder die Natur der Multiplication zu seyn scheinet, weilen multipliciren dem Nahmen nach vermehren bedeutet. Allein dieser Nahme ist aus der Multiplication mit gantzen Zahlen hergenommen worden, und wird allhier bey den Brüchen nur in Ansehung der Operation bey behalten. Die gantze Sach verhält sich aber also; wann ich eine Zahl mit einer anderen Zahl multiplicire, so wird dieselbe Zahl um so viel mahl grösser, um so viel mahl diese Zahl grösser ist als eins; und wann eine Zahl mit 1 multiplicirt wird, so bleibt dieselbe unverändert. Woraus dann von sich selbst folget, daß wann eine Zahl mit einer Zahl so kleiner ist als 1, dergleichen die Brüche sind, multipliciret wird, dieselbe nicht nur nicht vermehret, sondern so gar vermindert werden müsse. Dieses ist aber nur allein von Brüchen zu verstehen, welche kleiner sind als ein gantzes, dann wann eine Zahl mit einem Bruche der grösser ist als 1 multipliciret wird, so wird das Product auch grösser als dieselbe Zahl: als wann man 7 mit $\frac{3}{2}$ multiplicirt, so

kommt

kommt $\frac{21}{2}$ das ist $10\frac{1}{2}$ heraus, und also mehr als 7. Ferner ist hier auch, wie bey der Multiplication mit gantzen Zahlen, zu beobachten, daß wann zwey Brüche mit einander multiplicirt werden sollen, es gleichviel sey, welcher mit dem anderen multiplicirt werde. Also $\frac{3}{5}$ mit $\frac{2}{3}$ multipliciren, ist eben so viel als $\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{5}$ multipliciren, dann in beyden Fällen ist das Product $\frac{6}{15}$ oder $\frac{2}{5}$; demnach ist $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{5}$ eben so viel als $\frac{3}{5}$ von $\frac{2}{3}$. Und gleicher gestalt ist die Helfte von 6 eben so viel als 6 mahl $\frac{1}{2}$ das ist 3.

Aus dieser Operation aber, durch welche wir zwey Brüche mit einander multipliciren gelehret, können leicht 3 und auch mehr Brüche mit einander multiplicirt werden. Dann man multiplicirt erstlich zwey Brüche mit einander, und dann ferner dieses Product mit dem dritten Bruch, und was herauskommt mit dem vierten Bruche, und so weiter bis man mit allen gegebenen Brüchen multiplicirt. Hieraus sieht man aber leicht, daß das letzt gefundene Product herauskomme, wann man alle Zehler, und dann auch alle Nenner, mit einander multiplicirt. Also wann diese Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, und $\frac{4}{5}$ mit einander multiplicirt werden sollen, so wird das Product seyn $\frac{24}{120}$ dessen Bruchs Zehler 24 das

Product aller Zehler, der Nenner 120 aber das Product aller Nenner ist. Dieses Product $\frac{24}{120}$ oder welches gleichviel ist $\frac{1}{5}$ wird auch gefunden, wann man je nur zwey Brüche mit einander multiplicirt; als $\frac{1}{2}$ mit $\frac{2}{3}$ multiplicirt, gibt $\frac{2}{6}$ das ist $\frac{1}{3}$; ferner dieses Product $\frac{1}{3}$ mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt, gibt $\frac{3}{12}$ das ist $\frac{1}{4}$; und dieses Product noch mit $\frac{4}{5}$ multiplicirt, gibt $\frac{4}{20}$ das ist $\frac{1}{5}$ wie vorher; so daß also $\frac{1}{5}$ das Product ist, wann man alle diese Brüche mit einander multiplicirt; $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, und $\frac{4}{5}$. Hieraus können wir nun diese Frage beantworten: Es sind vier Personen, die erste hat 560 Rubl. die zweyte hat $\frac{3}{4}$ mahl so viel als die erste, die dritte hat $\frac{2}{5}$ mahl so viel als die zweyte, und der vierten Vermögen ist $\frac{5}{7}$ von demjenigen, was die dritte hat. Nun ist die Frage, wieviel die drey letzteren Personen haben.

Weilen die zweyte $\frac{3}{4}$ mahl so viel hat als die erste, deren Vermögen ist 560 Rubl. so wird das Vermögen der zweyten gefundenen, wann man 560 mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt, da dann $\frac{1680}{4}$ oder 420 herauskommt. Also hat die zweyte Person 420 Rubl. wann man nun die Summ mit $\frac{2}{5}$ multiplicirt, so gibt das Product $\frac{840}{5}$

oder

oder 168 Rubl. das Vermögen der dritten Person. Dieses ferner mit $\frac{5}{7}$ multiplicirt, gibt $\frac{840}{7}$ oder 120 Rubl. für das Vermögen der vierten Person. Wann man aber nur das Vermögen der vierten Person, allein zu wissen verlanget hätte, so würde dasselbe daraus gefunden werden, daß dasselbe ist $\frac{5}{7}$ von $\frac{2}{5}$ von $\frac{3}{4}$ von 560 Rubl. Derowegen um dieses zu finden, muß man diese Brüche $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, mit einander multipliciren, und mit dem Product noch 560. Nun aber geben diese Brüche $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$ mit einander multiplicirt $\frac{30}{140}$ das ist $\frac{3}{14}$, welches Product mit 560 multiplicirt, gibt $\frac{1680}{14}$ das ist 120 Rubl. wie oben.

Aus diesen Exempeln erhellet nun, daß öfters nach der gegebenen Regel ein Product gefunden werde, welches hernach entweder durch eine gantze Zahl, oder durch einen leichteren Bruch, als gefunden worden, könne ausgedruckt werden. Dieses geschieht nehmlich, wann sich des für das Product gefundenen Bruchs Zehler und Nenner durch einerley Zahlen diuidiren lassen. In solchen Fällen kommt man nun nach der gegebenen Regel unnöthiger Weise auf grosse Zahlen, und hat hernach noch die Mühe den gefundenen Bruch abzukürtzen und in kleinere Zahlen zu bringen. Derowegen um dieser Weitläuffigkeit abzuhelffen, so wollen wir im folgenden Satze eine Regel

geben, durch deren Hülfe man gleich das Product in den kleinsten Zahlen ausgedruckt bekommt, und hernach keiner weiteren Reduction vonnöthen hat, wann man nur vorher die Brüche, die mit einander multiplicirt werden sollen, auf die kleinsten Zahlen gebracht hat.

4) **Damit man, wann zwey oder mehr Brüche mit einander** multiplicirt **werden sollen, gleich das gesuchte** Product **in den kleinsten möglichen Zahlen ausgedrückt bekomme, so muß man sehen, ob irgend ein Zehler mit einem Nenner einen gemeinen Theiler habe, und alsdann beyde durch ihren grösten gemeinen Theiler** dividiren, **und die** Quotos **an derselben Stelle setzen. Auf diese Art verfährt man mit einem jeglichen Zehler und Nenner, und wann man alle so viel möglich gegen einander aufgehoben, so** multiplicirt **man nach der vorigen Regel die Zehler und Nenner, oder vielmehr die Zahlen, welche nach geschehener Aufhebung an derselben Stelle gesetzt worden sind, mit einander, und bekommt also auf diese Art das gesuchte** Product **in den kleinsten möglichen Zahlen ausgedrückt.**

Weilen nach der vorigen Regel zwey und auch mehr Brüche mit einander multiplicirt werden, wann man erstlich alle Zehler und dann auch alle Nenner mit einander multiplicirt, so ist ein jeglicher Zehler ein Factor oder Theiler des

Zehlers

Zehlers des Products, und gleicher gestalt ein jeglicher Nenner ein Factor oder Theiler des Nenners des Products. Wann derohalben irgend ein Zehler mit irgend einem Nenner einen gemeinen Theiler hat, so werden sich auch des Products Zehler und Nenner durch eben denselben Theiler theilen und folglich in kleinere Zahlen bringen lassen. Wann man derohalben noch vor der Multiplication derselben Zehler und Nenner durch ihren gemeinen Theiler theilet, und die Quotienten an derselben Stelle setzt, so ist es eben so viel als wann man nach geschehener Multiplication den Zehler und Nenner des Products durch denselben gemeinen Theiler diuidirte. Durch eine solche Aufhebung also, da ein Zehler und Nenner durch einen gemeinen Theiler diuidirt werden, erhält man das Product zugleich in kleineren Zahlen ausgedrückt, und hat hernach derselben Reduction nicht mehr vonnöthen. Woraus erhellet, daß wann man vor der Multiplication einen jeglichen Zehler gegen einen jeglichen Nenner betrachtet, und dieselben durch ihren gröſten gemeinen Theiler gegen einander aufhebt, alsdann das Product in den kleinſten möglichen Zahlen ausgedrückt gefunden werde. Wann nun zwey oder mehr Brüche mit einander zu multiplicieren vorgegeben werden, sieht man vor allen Dingen, ob man einen Zehler und Nenner antreffe, welche einen gemeinen Theiler haben, und dieſelben durch ihren gröſten gemeinen Theiler, und

ſetzt die Quotos an derſelben Stelle. Hierauf ſieht man ferner, ob nicht noch mehr dergleichen Zehler und Nenner vorhanden ſind, und verfährt mit denſelben auf gleiche Weiſe. Wann ſich endlich kein Zehler mehr gegen einem Nenner aufheben läſt, ſo ſchreitet man zu der Multiplication, da man dann an ſtatt der ausgeſtrichenen Zehler und Nenner, die an derſelben Stelle geſetzten Zahlen multiplicirt. Dieſer Vortheil aber, deſſen man ſich in der Multiplication der Brüche bedienen kan, kan am beſten durch Exempel dargethan werden. Laſt uns alſo $\frac{5}{9}$ mit $\frac{3}{20}$ multipliciren; hier ſieht man nun, daß ſich der Zehler 5 gegen dem Nenner 20 durch 5 aufheben laſſe, da dann 1 anſtatt 5, und 4 anſtatt 20 kommt. Ferner laſſen ſich 3 und 9 durch 3 verkleinern, und kommt 3 anſtatt 9, und 1 anſtatt 3. Dieſe Aufhebung wird nun auf folgende Weiſe verrichtet.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} \text{ mit } \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{4}{\cancel{20}}} \text{ gibt } \frac{1}{12}$$

Hernach werden, wie die Regel erfordert, die Zehler und Nenner, oder vielmehr die an derſelben Stelle geſetzten Zahlen, mit einander multiplicirt, und in dieſem Exempel $\frac{1}{12}$ für das Product gefunden. Eben dieſes Product wäre aber auf die vorige Art herauskommen als:

$\frac{5}{9}$ mit $\frac{3}{20}$ gibt $\frac{15}{180}$ das iſt $\frac{1}{12}$

Weilen

Weilen aber hier das Product in groſſen Zahlen nehmlich $\frac{15}{180}$ iſt gefunden worden, und von denſelben noch der gröſte gemeine Theiler müſte geſucht werden, ehe man auf $\frac{1}{12}$ hat kommen können, ſo iſt die hier gewieſene Operation weit vortheilhaffter. Laſt uns ferner durch Hülfe dieſes Vortheils folgende Brüche $\frac{15}{28}$ und $\frac{21}{25}$ mit einander multipliciren, ſo wird die Operation alſo zu ſtehen kommen:

$$\frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{4}{\cancel{28}}} \text{ mit } \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} \text{ gibt } \frac{9}{20}.$$

Nehmlich 15 und 25 werden gegen einander mit 5, und 21 und 28 gegen einander mit 7 aufgehebt; da dann das Product $\frac{9}{20}$ gleich in den kleinſten Zahlen ausgedrückt gefunden wird. Wann weiter dieſer Bruch $\frac{9}{10}$ mit $\frac{16}{9}$ multiplicirt werden ſolt, ſo wird das Product 1 gefunden, wie folget:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{10}}} \text{ mit } \frac{\overset{1}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{9}}} \text{ gibt } \frac{1}{1} \text{ das iſt } 1.$$

Aus dieſem Exempel erhellet, daß wann in den gegebenen Brüchen je eines Zehler dem Nenner des andern gleich iſt, das Product 1 werde. Alſo gibt $\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{2}$ multiplicirt 1, und $\frac{5}{6}$ mit $\frac{6}{5}$ multiplicirt auch 1, und ſo weiter. Soll eine gantze Zahl mit einem Bruche multiplicirt werden,

werden, so findet der gewiesene Vortheil gleicher massen statt, indem die gantze Zahl als ein Zehler angesehen werden kan, dessen Nenner 1 ist; gleich wie wir schon oben angemercket, daß zum Exempel $\frac{6}{1}$ für 6 geschrieben werden könne. Wann also ein Bruch mit einer gantzen Zahl multiplicirt werden soll, so kan die gantze Zahl auf gemeldete Art in der Form eines Bruchs dessen Nenner 1 vorgestellet, und die Aufhebung wie vor angebracht werden. Also wann 15 mit $\frac{4}{3}$ multiplicirt werden sollen, wird das Product $\frac{20}{3}$ oder $6\frac{2}{3}$ auf folgende Weise gefunden werden.

$\frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}$ mit $\frac{4}{3}$ gibt $\frac{20}{3}$ das ist $6\frac{2}{3}$.

Sollen aber mehr als 2 Brüche mit einander multiplicirt werden, so wird dieser Vortheil gleicher gestalt angebracht, wie aus folgenden Exempeln zu sehen.

$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}$ mit $\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{13}}}$ mit $\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\cancel{14}\ 21}$ gibt $\frac{1}{21}$.

Ferner

$\frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{5}{\cancel{55}}}$ mit $\frac{\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{5}{\cancel{33}}}$ mit $\frac{\overset{1}{\cancel{21}}}{\underset{7}{\cancel{39}}}$ mit $\frac{\overset{2}{\cancel{22}}}{\underset{35}{\cancel{77}}}$ gibt $\frac{12}{1225}$

Gleicher

Gleicher gestalt

$\frac{1}{\frac{2}{3}}$ mit $\frac{1}{\frac{3}{11}}$ mit $\frac{1}{\frac{11}{1}}$ gibt $\frac{1}{7}$.

Und also wird in allen dergleichen Exempeln verfahren.

5) **Wann die Zahlen, welche mit einander** multiplicirt **werden sollten, keine einzelen Brüche, sondern aus gantzen und Brüchen zusammen gesetzt sind, so kan man entweder dieselben in die** Form **einzeler Brüche bringen, wie oben ist gelehret worden, und als dann die** Multiplication **wie vorher vollziehen. Oder man kan auch ohne diese** Reduction **einen jeglichen Theil einer Zahl mit einem jeglichen Theil der anderen Zahl** multipliciren, **und alle diese besonderen** Producte **zusammen** addiren, **da dann die Summ das gesuchte** Product **seyn wird.**

Diese beyden Arten, Zahlen welche aus gantzen und Brüchen bestehen, mit einander zu multipliciren, kommen ihrem Grunde nach vollkommen mit einander überein: sie sind aber der Operation und Vortheil nach sehr von einander unterschieden. Dann öffter bedient man sich der ersteren mit grösserem Vortheil, öfters aber der anderen, so daß keine der anderen für sich vorgezogen zu werden verdient; weswegen also nöthig ist sich in beyden zu üben. In welchen Fällen es aber

aber dienlicher ist sich der einen oder der anderen zu bedienen, wird aus der weiteren Ausführung einer jeglichen erhellen. Die erste Art besteht nun darinn, daß man die aus gantzen und Brüchen zusammen gesetzten Zahlen in die Form einzeler Brüche bringt, und die Multiplication nebst denen Vortheilen, wie im vorigen Satze gelehret worden, verrichtet.

Wir haben aber schon oben in dem sechsten Cap. gelehret, daß eine aus einer gantzen und gebrochenen zusammen gesetzte Zahl in die Form eines einzelen Bruchs gebracht werde, wann man die gantze Zahl mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt, und zum Product den Zehler addirt, als welche Summ der Zehler des einzelen Bruchs seyn wird, dessen Nenner dem vorigen Nenner gleich ist. Vermittelst dieser Reduction hat also die Multiplication solcher zusammen gesetzten Zahlen nach dieser Art keine weitere Schwierigkeit, weswegen nur noch übrig ist dieselbe durch einige Exempel zu erläuteren. Wann also $1\frac{1}{3}$ mit $2\frac{1}{2}$ multipliciret werden soll, so wird $\frac{4}{3}$ anstatt $1\frac{1}{3}$, und $\frac{5}{2}$ anstatt $2\frac{1}{2}$ gesetzt, und die Multiplication, wie oben gewiesen worden, folgender gestalt verrichtet.

$1\frac{1}{3}$ mit $2\frac{1}{2}$

oder

$\frac{4}{3}$ mit $\frac{5}{2}$ gibt $\frac{20}{6}$ das ist $3\frac{1}{3}$.

Gleicher-

Gleicher gestalt werden $3\frac{3}{4}$ mit $5\frac{1}{3}$ multiplicirt.

$3\frac{3}{4}$ mit $5\frac{1}{3}$
oder

$\frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}$ mit $\frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}$ gibt $\frac{20}{1}$ das ist 20.

Wann ein einzeler Bruch mit einer zusammen gesetzten Zahl multiplicirt werden soll, so geschieht dasselbe auf gleiche Art, indem man nur die zusammen gesetzte Zahl nöthig hat in einen einzelen Bruch zu verwandeln. Als wann $5\frac{7}{12}$ mit $\frac{21}{25}$ multiplicirt werden soll, so wird $\frac{67}{12}$ für $5\frac{7}{12}$ geschrieben, und wie folget, multiplicirt.

$5\frac{7}{12}$ mit $\frac{21}{25}$
oder

$\frac{67}{\underset{4}{\cancel{12}}}$ mit $\frac{\overset{7}{\cancel{21}}}{25}$ gibt $\frac{469}{100}$ das ist $4\frac{69}{100}$.

Wann mehr als 2 zusammen gesetzte Zahlen mit einander multiplicirt werden sollen, so geschieht die Operation nach geschehener Reduction zu einzelen Brüchen wie im vorigen Satze gelehret worden. Als es sollen $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{3}$, $5\frac{2}{5}$, mit einander multipliciret werden, so wird das Product folgender gestalt gefunden.

$2\frac{1}{2}$

$2\frac{1}{2}$ mit $3\frac{1}{3}$ mit $5\frac{2}{5}$

oder

$\frac{5}{2}$ mit $\frac{10}{3}$ mit $\frac{27}{5}$ gibt 45.

Diese Art aus gantzen und Brüchen zusammen gesetzte Zahlen mit einander zu multipliciren hat insonderheit statt, wann die gantzen Zahlen nicht allzugroß sind; als da die Reduction zu einzelen Brüchen um so viel leichter geschehen kan. Sind aber die gantzen Zahlen sehr groß, so ist es dienlicher sich der anderen Art zu multipliciren zu bedienen, in welcher die zusammen gesetzte Zahlen nicht nöthig ist in einzele Brüche zu verwandeln. Nehmlich bey dieser Art betrachtet man die Zahlen, welche mit einander multipliciret werden sollen, als zusammen gesetzte Zahlen, und multiplicirt einen jeglichen Theil der einen mit einem jeden Theil der andern; da dann diese Producte zusammen addirt das verlangte Product geben. Also wann eine gantze Zahl nebst einem Bruche, mit einer gantzen Zahl samt einem Bruche multiplicirt werden soll, so werden erstlich die gantzen Zahlen mit einander multipliciet, hernach eine jede gantze Zahl mit dem Bruche der anderen, und endlich auch die Brüche mit einander, welche 4 Producte zusammen addirt, das gesuchte Product ausmachen. Als wann $7\frac{1}{2}$ mit $12\frac{2}{3}$ multiplicirt werden soll, so multiplicirt man erstlich 7 mit 12 das gibt 84, hernach multiplicirt man 7

mit

mit $\frac{2}{3}$ das gibt $\frac{14}{3}$; Ferner multiplicirt man 12 mit $\frac{1}{2}$ das gibt $\frac{12}{2}$ oder 6, und endlich $\frac{1}{2}$ mit $\frac{2}{3}$ gibt $\frac{2}{6}$ das ist $\frac{1}{3}$. Diese Producte zusammen geben 95 für das gesuchte Product; diese Operation aber kommt allso zu stehen.

7 $\frac{1}{2}$	7 mit 12 gibt 84
12 $\frac{2}{3}$	7 mit $\frac{2}{3}$ gibt $\frac{14}{3}$ das ist $4\frac{2}{3}$
84	
$4\frac{2}{3}$	12 mit $\frac{1}{2}$ gibt $\frac{12}{2}$ das ist 6
6	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$ mit $\frac{2}{3}$ gibt $\frac{2}{6}$ das ist $\frac{1}{3}$
Product 95 gantze.	

Wann ferner $17\frac{2}{5}$ mit $19\frac{4}{9}$ multiplicirt werden soll, so wird das Product durch folgende Operation gefunden werden.

19 $\frac{4}{9}$	17 mal 19 gibt 323
17 $\frac{2}{5}$	19 mal $\frac{2}{5}$ gibt $\frac{38}{5}$ das ist $7\frac{3}{5}$
323	17 mal $\frac{4}{9}$ gibt $\frac{68}{9}$ das ist $7\frac{5}{9}$
$7\frac{3}{5}$ | $\frac{27}{45}$	$\frac{4}{9}$ mal $\frac{2}{5}$ gibt $\frac{8}{45}$
$7\frac{5}{9}$ | $\frac{25}{45}$	
$\frac{8}{45}$ | $\frac{8}{45}$	

Prod. $337\frac{60}{45}$ das ist $338\frac{15}{45}$ das ist $338\frac{1}{3}$.

Aus dieſen Exempeln iſt nun genugſam zu erſehen, wie ſo wohl auf die erſte als zweyte Art Zahlen, welche aus gantzen und Brüchen zuſammen geſetzt ſind, mit einander multiplicirt werden, da dann ein jeder bey vorkommenden Fällen leicht wird ſehen können, welche Art dienlicher iſt; wann man ſich nur in beyden Arten genugſam geübet hat. Dieſe letztere Art iſt zwar nur auf die Multiplication zweyer Zahlen gerichtet; dieſelbe kan aber auch leicht auf mehr Zahlen mit einander zu multipliciren, applicirt werden. Dann man darf erſtlich nur zwey Zahlen mit einander multipliciren, und hernach mit dieſem Product die dritte, und weiter mit dem was herauskommt die vierte, bis man mit allen Zahlen fertig iſt; da dann das letzte Product das geſuchte ſeyn wird.

Cap. IX.

Von der Diuiſion mit gebrochenen Zahlen.

I.

Wann von zweyen Brüchen, welche gleiche Nenner haben, einer durch den andern diuidirt werden ſoll, ſo wird der Quotus gefunden, wann man den Zehler des Dividendi durch den Zehler des Diuiſoris diuidirt. Der Quotus wird alſo ein Bruch ſeyn, deſſen

dessen Zehler der Zehler des Dividendi, der Nenner aber der Zehler des Divisoris ist.

Wann zwey Brüche gleiche Nenner haben, so sieht man erstlich leicht, welcher grösser ist als der andere: dann derjenige Bruch dessen Zehler grösser ist, derselbe ist auch der grössere. Hieraus aber ist auch ferner zu ersehen, wieviel mahl der grössere grösser ist als der kleinere; dann wann der Zehler des einen zwey mahl so groß ist als der Zehler des anderen, so ist auch derselbe Bruch 2 mahl grösser als der andere; also ist $\frac{4}{5}$ zwey mahl so groß $\frac{2}{5}$; dann wann $\frac{2}{5}$ mit 2 multiplicirt werden, so kommen $\frac{4}{5}$ heraus. Gleicher gestalt wann des einen Zehler drey oder 4 mahl grösser ist als der Zehler des anderen, so ist auch derselbe Bruch 3 oder 4 mahl grösser als dieser. Aus diesem erhellet also, daß so viel mahl der Zehler eines Bruchs grösser ist als der Zehler des anderen, eben so viel mahl jener Bruch grösser sey als dieser, wann nehmlich beyde Brüche gleiche Nenner haben. Weilen nun in der Division nichts anders gesucht wird, als wieviel mahl eine Zahl grösser sey als die andere, und die Zahl welche anzeiget, wieviel mahl die eine grösser ist als die andere, der Quotus genennet wird: so ist auch einen Bruch durch einen anderen dividiren nichts anders, als finden, wieviel mahl einer grösser ist als der andere, welches durch den Quotum angezeiget wird. Da nun also

von zweyen Brüchen, welche gleiche Nenner haben, der eine um so viel mahl grösser ist als der andere, um so viel mahl desselben Zehler grösser ist als der Zehler dieses: so wird von zweyen solchen Brüchen einer durch den anderen diuidirt, wann man den Zehler des einen durch den Zehler des anderen diuidirt. Von solchen zweyen Brüchen ist einer der Diuidendus, oder der durch den anderen diuidirt werden soll, und der andere ist der Diuisor, durch welchen diuidirt werden soll; wann nun diese Brüche gleiche Nenner haben, so geschieht die Diuision, wann man den Zehler des Diuidendi durch den Zehler des Diuisoris diuidirt, da dann der gefundene Quotus anzeiget, wieviel mahl der Diuisor im Diuidendo enthalten ist. Dieser Quotus kan nun entweder eine gantze Zahl seyn oder ein Bruch, je nach dem der Diuidendus den Diuisorem just etliche mahl in sich begreifft oder nicht. Dieses mag sich aber verhalten wie es will, so kan der Quotus allzeit durch einen Bruch ausgedrückt werden, dessen Zehler der Zehler des Diuidendi, der Nenner aber der Zehler des Diuisoris ist. Hernach aber wann dieser Bruch gefunden worden, so kan man sehen, ob derselbe entweder auf gantze Zahlen gebracht oder durch kleinere Zahlen ausgedrückt werden könne, als welches allzeit zu beobachten ist. Wann also dieser Bruch $\frac{7}{12}$ durch diesen $\frac{5}{12}$ diuidirt werden soll, so wird

nach

nach dieſer Regel der Quotus $\frac{7}{5}$ das iſt $1\frac{2}{5}$ gefunden. Gleicher geſtalt $\frac{8}{11}$ durch $\frac{6}{11}$ diuidirt geben im Quoto $\frac{8}{6}$ oder $1\frac{1}{3}$. Weiter wann man fragt wieviel mahl $\frac{5}{21}$ in $\frac{15}{21}$ enthalten ſey, ſo findet man den Quotum 3; und alſo in folgenden Exempeln.

$\frac{2}{3}$ in $\frac{5}{3}$ iſt enthalten $\frac{5}{2}$ oder $2\frac{1}{2}$ mal
$\frac{9}{13}$ in $\frac{6}{13}$ iſt enthalten $\frac{6}{9}$ oder $\frac{2}{3}$ mal

Bey allen dieſen Exempeln kan, wie überall in der Diuiſion, dieſe Probe angebracht werden, daß man den Diuiſorem mit dem Quoto multiplicirt, um zu ſehen, ob der Diuidendus herauskomme, als welches ein Zeichen der Richtigkeit der Diuiſion iſt.

2) Wann alſo die Brüche, davon einer durch den anderen diuidirt werden ſoll, nicht gleiche Nenner haben, ſo darf man nur dieſelben auf gleiche Benennungen bringen, und alsdann die Diuiſion, wie gelehret worden, verrichten. Hieraus folget nun dieſe Regel: man multiplicirt den Zehler des Diuidendi mit dem Nenner des Diuiſoris; ingleichem auch den Nenner des Diuidendi mit dem Zehler des Diuiſoris, ſo gibt das erſtere Product den Zehler des Quoti, das letztere aber den Nenner.

Wann zwey Brüche von ungleichen Nennern zu gleichen Benennungen gebracht werden sollen, so multiplicirt man eines jeden Bruchs Zehler und Nenner mit dem Nenner des andern: wie oben schon gelehret worden. Derohalben wann auf diese Art zwey Brüche, davon einer durch den anderen diuidirt werden soll, zu gleichen Benennungen gebracht werden, so wird für den Diuidendum ein Bruch herauskommen, dessen Zehler der vorige Zehler, mit dem Nenner des Diuisoris multiplicirt, seyn wird. Der Diuisor aber wird in einen anderen Bruch verwandelt werden, dessen Zehler das Product aus dem vorigen Zehler und dem Nenner des Diuidendi seyn wird. Beyde reducirten Brüche aber werden einen gemeinen Nenner haben, welcher das Product beyder vorigen Nenner seyn wird. Wann aber also die vorgegebenen Brüche zu gleichen Benennungen gebracht worden, so wird der gesuchte Quotus, nach dem vorigen Satze, ein Bruch seyn, dessen Zehler der Zehler des Diuidendi, der Nenner aber der Zehler des Diuisoris ist. Wann derohalben diese beyden Operationen, nehmlich die Reduction zu gleichen Benennungen, und die Diuision selbst, zusammen in eine Operation geschmolzen werden, so wird diese Regel herauskommen. Von zweyen gegebenen Bruchen, deren einer durch den andren diuidirt werden soll, wird der Quotus ein Bruch seyn, dessen Zehler das Product aus dem Zehler des Diuidendi und

dem

dem Nenner des Diuiſoris, der Nenner aber das Product aus dem Zehler des Diuiſoris und dem Nenner des Diuidendi iſt. Wann alſo nach dieſer Regel $\frac{5}{8}$ durch $\frac{2}{3}$ diuidirt werden ſoll, ſo iſt $\frac{5}{8}$ der Diuidendus und $\frac{2}{3}$ der Diuiſor; demnach gibt 5 mit 3 multiplicirt den Zehler des Quoti, und 8 mit 2 multiplicirt, das iſt 16, den Nenner deſſelben, ſo daß folglich der Quotus $\frac{15}{16}$ ſeyn wird. Dieſe Operation pflegt nun folgender Geſtalt vorgeſtellet zu werden.

Diuiſor	Diuidendus	Quotus
$\frac{2}{3}$	$\times$ $\frac{5}{8}$	$\frac{15}{16}$.

Nachdem man nehmlich den Diuiſorem vor den Diuidendum geſchrieben, ſo zieht man vom Zehler des Diuidendi zum Nenner des Diuiſoris, und auch vom Nenner des Diuidendi zum Zehler des Diuiſoris, gerade Linien, welche ſich durchſchneiden und ein Creutz vorſtellen werden. Hierauf multiplicirt man nach Anleitung dieſes Creutzes den Zehler des Diuidendi 5 mit dem Nenner des Diuiſoris 3, ſo gibt das Product 15 den Zehler des Quoti. Hernach multiplicirt man den Nenner des Diuidendi 8 mit dem Zehler des Diuiſoris 2, ſo gibt das Product 16 den Nenner des Quoti, ſo daß folglich der Quotus $\frac{15}{16}$ ſeyn wird. Um aber von dieſer Operation deſto

gewisser zu seyn, so kan man die vorgegebenen Brüche erstlich zu gleichen Benennungen bringen, da man dann anstatt $\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{8}$ diese Brüche bekommt $\frac{16}{24}$ und $\frac{15}{24}$; davon dieser durch jenen nach dem ersten Satz diuidirt $\frac{15}{16}$ für den Quotum gibt. Man kan sich auch die gantze Operation folgender gestalt vorstellen. Wann $\frac{5}{8}$ durch $\frac{2}{3}$ diuidirt werden sollen, so kan sogleich der Quotus auf solche Art $\frac{\frac{5}{8}}{\frac{2}{3}}$ ausgedrückt werden; Dann diese Ausdrückung ist ein Bruch dessen Zehler $\frac{5}{8}$ ist, und $\frac{2}{3}$ der Nenner, und ist folglich, nach der Natur der Brüche, der Quotus, so herauskommt, wann man $\frac{5}{8}$ durch $\frac{2}{3}$ diuidirt. Um aber diese ungewöhnliche Bruchs-Form in die gewöhnliche Form zu bringen, und diesen Bruch in einen anderen zu verwandeln, dessen Zehler und Nenner gantze Zahlen sind, so multiplicire man den Zehler und Nenner beyde durch 8; da dann dieser Bruch $\frac{5}{\frac{16}{3}}$ herauskomt, weilen $\frac{5}{8}$ mit 8 multiplicirt 5 gibt, und $\frac{2}{3}$ mit 8 multiplicirt $\frac{16}{3}$. Hier ist nun der Zehler schon eine gantze Zahl; weilen aber der Nenner noch ein Bruch ist, so multiplicire man noch ein mahl oben und unten mit 3, so wird $\frac{15}{16}$ herauskommen

auskommen wie vorher. Diese Art zu diuidiren, kan nun auch zum Beweißthum der gegebenen Regel dienen, in dem aus dieser Operation die obige Regel folget.

Zu fernerer Gewißheit kan man sich auch der bey der Diuision in gantzen Zahlen angebrachten Probe bedienen. Dieses kan nehmlich erstlich durch die Multiplication geschehen, in dem das Product aus dem Diuisore und Quoto dem Diuidendo gleich seyn muß. Im gegebenen Exempel muß also $\frac{2}{3}$ mit $\frac{15}{16}$ multiplicirt $\frac{5}{8}$ herausbringen, welches auch durch die Regeln der Multiplication geschieht, wie folget:

$$\frac{\overset{1}{2}}{\underset{1}{3}} \text{ mit } \frac{\overset{5}{15}}{\underset{8}{16}} \text{ gibt } \frac{5}{8}.$$

Ferner kan durch die Diuision selbst eine Probe angestellet werden, ob die Rechnung ihre Richtigkeit habe; weilen wann man den Diuidendum durch den Quotum diuidirt, der Diuisor herauskommen muß. Also, im gegebenen Exempel, wann $\frac{5}{8}$ durch $\frac{15}{16}$ diuidirt werden muß $\frac{2}{3}$ herauskommen, welches auch geschieht, wie aus folgender Operation zu ersehen.

Diuisor		Diuidendus		Quotus	
$\frac{15}{16}$	$\times$	$\frac{5}{8}$	$\mid$	$\frac{80}{120}$	das ist $\frac{2}{3}$

Damit man aber in dieser Art zu diuidiren eine grössere Ubung erlange, wollen wir noch einige Exempel anführen, bey welchen besondere Anmerckungen statt finden.

Wann dieser Bruch $\frac{7}{10}$ durch 2 diuidirt werden soll, so wird der Quotus $\frac{7}{20}$ seyn, wie aus folgender Operation erhellet.

Diuisor	Diuidendus	Quotus
$\frac{2}{1}$ ×	$\frac{7}{10}$ |	$\frac{7}{20}$.

Nehmlich anstatt 2 schreibt man $\frac{2}{1}$ damit man eine Bruchs-Form bekomme, und sich der gegebenen Regel bedienen könne. Man sieht aber daraus, daß ein Bruch durch 2 diuidirt werde, wann man seinen Nenner durch 2 multiplicirt. Eben dieses aber findet bey allen gantzen Zahlen statt, nehmlich ein jeder Bruch wird durch eine gantze Zahl diuidirt, wann der Nenner desselben mit der gantzen Zahl multiplicirt wird. Also $\frac{5}{9}$ durch 3 diuidirt gibt $\frac{5}{18}$; und $\frac{7}{4}$ durch 5 diuidirt gibt $\frac{7}{20}$. Wann sich aber der Zehler durch die gantze Zahl würcklich theilen läßt, so darf man nur den Zehler theilen, und den Nenner unverändert lassen, als $\frac{10}{17}$ durch 2 diuidirt gibt $\frac{5}{17}$; dann nach der vorigen Operation komt

$\frac{10}{14}$ heraus, welches eben so viel ist als $\frac{5}{7}$ weilen sich Zehler und Nenner durch 2 theilen lassen. Gleicher gestalt wann $\frac{24}{35}$ durch 8 diuidirt werden sollen, so wird der Quotus $\frac{3}{35}$ seyn. Wann derohalben ein Bruch, durch eine gantze Zahl getheilet werden soll, so sieht man erstlich, ob sich der Zehler dadurch theilen lasse, in welchem Fall man den Zehler dadurch würcklich diuidirt, den Nenner aber unverändert lässt, und also den Quotum bekommt. Lässt sich aber der Zehler durch die gantze Zahl nicht theilen, so lässt man den Zehler unverändert, und multiplicirt den Nenner mit der gantzen Zahl, so hat man den Quotum. In solchen Fällen ist nun diese Regel wohl zu mercken, in dem man dadurch kürtzer den verlangten Quotum findet.

Wann dieser Bruch $\frac{13}{15}$ durch $\frac{1}{2}$ diuidirt werden soll, so wird der Quotus seyn $\frac{26}{15}$, wie aus dieser Operation zu sehen.

Diuisor		Diuidendus		Quotus	
$\frac{1}{2}$	×	$\frac{13}{15}$	|	$\frac{26}{15}$	oder $1\frac{11}{15}$.

Ein jeglicher Bruch wird also durch $\frac{1}{2}$ diuidirt wann man den Zehler desselben mit 2 multiplicirt; woraus erhellet, daß durch $\frac{1}{2}$ diuidiren eben so viel sey als mit 2 multipliciren. Eine gleiche

gleiche Bewandnüß hat es mit allen Brüchen deren Zehler 1 iſt; dann dadurch wird ein Bruch dividirt, wann man nur den Zehler deſſelben mit dem Nenner des Diuiſoris multiplicirt. Alſo $\frac{6}{4}$ durch $\frac{1}{3}$ diuidirt gibt $\frac{18}{4}$ oder $3\frac{3}{4}$; welches eben ſo viel iſt als wann man $\frac{6}{4}$ mit 3 multiplicirt hätte. Wann dieſer Bruch $\frac{16}{25}$ durch $\frac{2}{5}$ diuidirt werden ſoll, ſo wird der Quotus $\frac{8}{5}$ ſeyn, wie folgende Operation weiſet.

Diuiſor		Diuidendus	Quotus
$\frac{2}{5}$	$\times$	$\frac{16}{25}$	$\frac{80}{50}$ das iſt $\frac{8}{5}$.

Dieſes Exempel iſt deswegen zu mercken, weilen ſich der Zehler des Diuidendi 16 durch den Zehler des Diuiſoris 2, und ingleichem auch der Nenner des Diuidendi durch den Nenner des Diuiſoris theilen läſſt. Dann hieraus ſieht man daß der Quotus herauskommt, wann man des Diuidendi Zehler durch den Zehler des Diuiſoris, und den Nenner des Diuidendi durch den Nenner des Diuiſoris diuidirt. Alſo $\frac{8}{9}$ durch $\frac{2}{3}$ diuidirt, gibt $\frac{4}{3}$ und $\frac{24}{35}$ durch $\frac{6}{7}$ diuidirt gibt $\frac{4}{5}$. Der Grund hievon ergibt ſich am beſten aus der Probe durch die Multiplication; dann da ſieht man deutlich, daß wann man den gefundenen Quotum mit dem Diuiſore multiplicirt, der

der Dividendus herauskomme. In welchen Fällen aber die Operation abgekürtzet werden könne, wird aus folgendem Satze zu ersehen seyn.

3) Die Division der gebrochenen Zahlen kan in eine blosse Multiplication verwandelt werden, wann man den Divisorem umkehrt und damit hernach multiplicirt. Ein Bruch wird aber umgekehret, wann man den Zehler und Nenner verwechselt, und einen an des anderen Stelle setzt. Wann nun solcher gestalt die Division in eine Multiplication ist verwandelt worden, so kan man auch dabey alle diejenigen Vortheile anbringen, welche im vorigen Cap. bey der Multiplication sind gelehret worden, wodurch gleichfals die Operation so kan abgekürtzet werden, daß man gleich den Quotum in seiner kleinsten Form bekommt, und darnach keiner weiteren Reduction mehr bedarf.

Ein Bruch wird umgekehret, wann man den Zehler an des Nenners Stelle, und den Nenner an des Zehlers Stelle, setzet; also wann $\frac{5}{8}$ umgekehret werden, so bekommt man $\frac{8}{5}$. Von dieser Umkehrung der Brüche ist überhaupt anzumercken, daß wann ein Bruch kleiner ist als ein gantzes, als dann der umgekehrte Bruch grösser sey als ein gantzes; und hinwiederum, wann der Bruch grösser ist als 1, so ist der umgekehrte kleiner als 1. Der Grund davon ist klar; dann

wann

wann in einem Bruche der Zehler kleiner iſt als der Nenner, ſo iſt auch der Bruch kleiner als 1; und wann der Zehler gröſſer iſt als der Nenner, ſo iſt der Bruch gröſſer als 1. Ferner iſt auch zu mercken, daß zwey ſolche Brüche, deren Zehler und Nenner, wechſels weiſe einander gleich ſind, wann ſie mit einander multiplicirt werden, allezeit ein gantzes herausbringen; alſo $\frac{3}{4}$ mit $\frac{4}{3}$ multiplicirt gibt 1, und 8 mit $\frac{1}{8}$, das iſt $\frac{8}{1}$ mit $\frac{1}{8}$ multiplicirt gibt auch 1. Weilen nun wie oben gelehret, ein Bruch durch einen anderen Bruch diuidirt wird, wann man den Zehler des Diuidendi mit dem Nenner des Diuiſoris; ingleichen auch den Nenner des Dividendi mit dem Zehler des Diuiſoris multiplicirt, und dann jenes Product für den Zehler des Quotis dieſes aber für den Nenner ſetzt: ſo ſieht man leicht daß eben dieſer Quotus herauskommen werde, wann man den Diuiſorem umkehret, und damit den Diuidendum multiplicirt; als wann $\frac{7}{12}$ durch $\frac{4}{5}$ diuidirt werden ſoll, ſo wird nach der erſteren Regel der Quotus folgender geſtalt gefunden.

Diuiſor		Diuidendus	Quotus
$\frac{4}{5}$	$\times$	$\frac{7}{12}$	$\frac{35}{48}$

Nach

Nach der jetzo gegebenen Regel aber wird eben dieſer Quotus durch die Multiplication des Diuidendi mit dem ungekehrten Diuiſore alſo gefunden.

Diuiſor	Diuidendus	Quotus
$(\frac{4}{5})$ $\frac{5}{4}$	mit $\frac{7}{12}$	$\frac{35}{48}$.

Hieraus erhellet nun eine ſehöne Verwandſchaft zwiſchen der Diuiſion und Multiplication, nehmlich daß durch $\frac{4}{5}$ diuidiren eben ſo viel ſey als mit $\frac{5}{4}$ multipliciren; und allezeit, daß durch einen jeglichen Bruch diuidiren eben ſo viel ſey als mit demſelben umgekehrten Bruche multipliciren. Alſo iſt mit einem halben das iſt mit $\frac{1}{2}$ multipliciren, nichts anders als durch 2 diuidiren; und durch $\frac{1}{2}$ diuidiren iſt nichts anders als mit 2 multipliciren. Dieſe Verwandlung der Diuiſion in eine Multiplication ſcheinet zwar die Operation nicht leichter zu machen, weilen auf beyde Arten einerley Multiplicationen verrichtet werden müſſen; allein da wir oben bey der Multiplication einige Vortheile anzubringen gelehret, dadurch das Product gleich in ſeiner kleinſten Form herausgebracht wird, ſo können bey der Diuiſion, nachdem dieſelbe in eine Multiplication iſt verwandelt worden, eben dieſelben Vortheile angebracht werden, wodurch man der Mühe überhoben wird für die Diuiſion beſondere Vortheile ſo

wohl

wohl anzuzeigen als zu erlernen. Diese Vortheile bey der Multiplication bestehen aber darinn, daß man von zwey Brüchen, welche mit einander multiplicirt werden sollen, je einen Zehler gegen einem Nenner aufhebt, welches durch einen gemeinen Theiler geschieht; da man an die Stelle derselben Zahlen, die gefundenen Quotos setzet. Eben dieses Vortheils kan man sich also bey der Division bedienen, nachdem dieselbe in eine Multiplication ist verwandelt worden; wie aus folgenden Exempeln mit mehrerem erhellen wird.

1. Wann $\frac{5}{8}$ durch $\frac{3}{4}$ dividirt werden sollen, so wird die Division folgender gestalt verrichtet und der Quotus gefunden werden.

Nehmlich anstatt des Diuisoris $\frac{3}{4}$ setzt man $\frac{4}{3}$, damit man $\frac{5}{8}$ mit $\frac{4}{3}$ zu multipliciren habe. Alsdann sieht man, daß 4 gegen 8 durch 4 können aufgehoben werden, und setzt man also 1 anstatt 4 und 2 anstatt 8. Hernach multiplicirt man 1 mit 5, und 3 mit 2, so kommt der gesuchte Quotus in seiner kleinsten Form nehmlich $\frac{5}{6}$ heraus.

II. Sollen

II. Sollen $\frac{32}{45}$ durch $\frac{4}{9}$ dividirt werden. Der Quotus wird also folgender gestalt gefunden.

Quotus

$$\left(\frac{4}{9}\right) \quad \frac{1}{9} \quad \text{—} \quad \frac{8}{45} \;\Big|\; \frac{8}{5} \quad \text{das ist } 1\tfrac{3}{5}.$$

Hier lassen sich 9 und 45 durch 9 theilen, deswegen schreibt man 1 an statt 9, und 5 an statt 45. Ferner 4 und 32 lassen sich beyde durch 4 theilen, da dann 1 für 4, und 8 für 32, zu stehen kommen; woraus der Quotus $\frac{8}{5}$ oder $1\frac{3}{5}$ gefunden wird. Derowegen ist $\frac{4}{9}$ in $\frac{32}{45}$ ein mahl und noch $\frac{3}{5}$ mahl enthalten, das ist $\frac{32}{45}$ enthält $\frac{4}{9}$ ein mahl und noch drey fünftel von $\frac{4}{9}$ in sich. Wann man nun wissen wollte, wieviel $\frac{3}{5}$ von $\frac{4}{9}$ wären, so muß man $\frac{4}{9}$ mit $\frac{3}{5}$ multipliciren, da dann $\frac{4}{15}$ herauskommt; Derowegen muß $\frac{32}{45}$ so viel seyn als $\frac{4}{9}$ und $\frac{4}{15}$ zusammen, welches auch die Addition ausweiset.

III. Man verlanget diejenige Zahl zu wissen, davon fünf achte Theil 29 ausmachen. Diese Frage laufft da hinaus, daß eine Zahl gefunden werden soll, welche mit $\frac{5}{8}$ multiplicirt 29 herausbringet; dann fünfachtel

einer Zahl ist nichts anders als dieselbe Zahl mit $\frac{5}{8}$ multiplicirt. Diese Zahl wird nun gefunden, wann man 29 durch $\frac{5}{8}$ diuidirt, dann da ist der Quotus so beschaffen, daß derselbe mit $\frac{5}{8}$ multiplicirt 29 gibt. Derowegen um die gesuchte Zahl zu finden, so lasst uns 29 oder $\frac{29}{1}$ durch $\frac{5}{8}$ diuidiren.

Quotus

$\frac{29}{1} : \frac{5}{8} = \frac{232}{5}$ das ist $46\frac{2}{5}$.

Die verlangte Zahl ist also $46\frac{2}{5}$. Daß diese Zahl aber die verlangte Eigenschaft habe, wird die Probe ausweisen, wann man $46\frac{2}{5}$ mit $\frac{5}{8}$ multiplicirt, um zu sehen ob 29 herauskommt.

$46\frac{2}{5}$

$\frac{5}{8}$

$23\frac{10}{40}$ das ist $23\frac{1}{4}$

Summ 29.

4) Wann eine aus ganzen und einem Bruche zusammen gesetzte Zahl durch einen Bruch diuidirt werden soll, so kan man entweder

weder die ganze Zahl und den Bruch insbesondere durch den Diuisorem diuidiren, und die Quotos zusammen addiren: oder man kan den zusammen gesetzten Diuidendum in einen einzelen Bruch bringen, und so dann die Diuision wie oben gelehret verrichten. Ist aber der Diuisor eine zusammen gesetzte Zahl: so muß derselbe unumgänglich in die Form eines einzelen Bruchs gebracht werden.

Wann so wohl der Diuidendus als der Diuisor zusammen gesetzte Zahlen sind, und aus ganzen und gebrochenen Zahlen bestehen, so hat dennoch die Diuision keine weitere Schwierigkeit; weilen schon oben gelehret worden, wie solche zusammen gesetzte Zahlen in einzele Brüche verwandelt werden. Also wann $4\frac{3}{5}$ durch $2\frac{1}{2}$ diuidirt werden sollten, so bringet man beyde Zahlen nehmlich den Diuidendum und den Diuisorem in einzele Brüche, da dann $\frac{23}{5}$ durch $\frac{5}{2}$ diuidirt werden soll, und der Quotus wie folget gefunden wird.

$$\left(\frac{1}{2}\right)\ \frac{2}{5} \text{ ——— } \frac{23}{5} \mid \frac{46}{25} \text{ Quotus das ist } 1\frac{21}{25}.$$

Dieses ist nun ein sicherer Weg alle dergleichen Diuisionen zu verrichten, und wäre also nicht nöthig für solche Exempel besondere Regeln zu geben. Allein öffters kan die Operation merklich abgekürzet werden, wann man einen jeden Theil des

Diuidendi insbesondere durch den Diuisorem diuidirt, und die gefundenen Quotos zusammen addirt, als deren Summ den verlangten Quotum gibt. Auf diese Art hat man also nicht nöthig den Diuidendum, wann derselbe eine zusammengesetzte Zahl ist, in einen einzelen Bruch zu verwandeln; der Diuisor aber muß allezeit in die Form eines einzelen Bruchs gebracht werden. Also kan man $30\frac{7}{12}$ durch $\frac{5}{6}$ diuidiren, ohne gedachte Reduction, wie folget.

$(\frac{5}{6})$ $\frac{6}{5}$ — $\frac{30}{1}$ $\frac{7}{12}$ | Quotus $\frac{36}{1}$ das ist 36 $\frac{7}{10}$

der gesuchte Quotus $36\frac{7}{10}$.

Wann aber $21\frac{5}{12}$ durch $5\frac{4}{7}$ diuidirt werden soll, so muß vor allen Dingen der Diuisor $5\frac{4}{7}$ in einen einzelen Bruch, welcher $\frac{39}{7}$ seyn wird, verwandelt werden; der Diuidendus aber kan unverändert bleiben, und die Diuision folgender gestalt verrichtet werden.

$(\frac{39}{7})$ $\frac{9}{13}$ — $\frac{3}{\frac{21}{1}}$ | $\frac{27}{7}$ das ist $3\frac{6}{7}$
$\frac{7}{3}$
49 — $\frac{6}{\frac{7}{4}}$ | $\frac{168}{196}$

der Quotus $3\frac{168}{196}$.

Wollte

Wollte man aber eben dieses Exempel auf die vorige Art ausrechnen, und auch den Diuidendum in die Form eines Simpeln Bruchs bringen, welcher $\frac{257}{12}$ seyn wird, so wird die Diuision also zu stehen kommen.

Quotus

$$\left(\frac{49}{9}\right)\ \frac{3}{\frac{4}{49}} \text{ — } \frac{257}{\frac{12}{4}} \quad \Big| \quad \frac{771}{196} \text{ oder } 3\frac{183}{196}.$$

wie auf obige Art. Bey dergleichen Exempeln kan man sich nach Belieben entweder dieser oder jener Art bedienen, und scheinet nicht nöthig zu seyn, anzuzeigen, in welchen Fällen eine vor der anderen einigen Vorzug haben möchte; indem sich dieses durch eine fleißige Ubung von selbsten viel besser weiset.